POLITECHNIKA BYDGOSKA
im. Jana i Jędrzeja Śniadeckich
Wpłynęło 14.04.2022
Numer WBAiIŚ
Referent/symbol

Prof. dr hab. Wiesław Nagórko
Rada Towarzystw Naukowych PAN

ul. Elegijna 25
02-787 Warszawa

Warszawa, 7.04.2022

O c e n a

rozprawy doktorskiej mgra inż. Krystiana Rosińskiego
pt. *Modelowanie cienkościennych układów płytowych w ujęciu makroelementowym*

Podstawa oceny: – pismo Przewodniczącej Rady Naukowej dyscypliny „Inżynieria Lądowa i Transport", Wydziału Budownictwa, Architektury i Inżynierii Środowiska Politechniki Bydgoskiej, dr inż. Justyny Sobczak- Piąstka, z dnia 8.03.2022.

Przedmiot, teza i cel pracy

W pracy rozpatruje się płyty, czyli takie elementy konstrukcji, które można opisać modelem dwuwymiarowym (teorią dwuwymiarową). Konfigurację płyty oraz jej przemieszczenia i naprężenia odnosi się wtedy do obszaru płaskiego – stąd model dwuwymiarowy. Badane w Rozprawie płyty ograniczono do cienkich płyt liniowo-sprężystych i izotropowych.

Płyty można oczywiście analizować w ramach trójwymiarowej teorii sprężystości. liniowej bądź nieliniowej, jednak stosowanie teorii dwuwymiarowej jest na ogół prostsze, tzn. układ relacji modelu na przemieszczenia i naprężenia jest prostszy do rozwiązania.

Relacjami modelu płyt są w większości przypadków układy równań różniczkowych cząstkowych, które można rozwiązywać analitycznie bądź numerycznie. W Rozprawie łączy się te dwa sposoby i konstruuje model analityczno-numeryczny oparty na koncepcji opisanej w pracach Promotora, prof. dr hab. Mykhaylo Delyavskiego.

W tezie pracy stwierdza się, że proponowany model umożliwi rozwiazywanie złożonych konstrukcji płytowych zarówno znanymi jak i pomijanymi dotychczas metodami i technikami obliczeniowymi.

Celem pracy jest:

- *Zbudowanie modelu matematycznego i obliczeniowego wielokątnych cienkich płyt izotropowych,*
- *opracowanie nowego analityczno-numerycznego podejścia do rozwiązywania* cienkich *konstrukcji płytowych wyróżniającego się na tle metod tradycyjnych większą dokładnością rozwiązania i mniejszą pracochłonnością.*

W przytoczonym celu zmieniłem wyraz „cienkościennych" na „cienkich" gdyż teoria *układów cienkościennych* opisywana jest zupełnie innymi równaniami niż *układów cienkich* – są to różne teorie. W pracy zdefiniowano płyty cienkie a nie „cienkościenne".

Analiza treści i ocena rozprawy

Praca składa się ze wstępu, czterech rozdziałów, podsumowania, wniosków końcowych oraz spisu literatury (266 pozycji) i liczy 259 stron.

Rozdział pierwszy i drugi mają charakter wprowadzający. Przeanalizowano w nich klasyczne teorie płyt, kładąc nacisk na opisanie ich zalet i wad.

W rozdziale trzecim sformułowano tezę pracy, przedstawiono cele i zakres pracy.

Konstrukcja nowego modelu znajduje się w rozdziale czwartym. Najpierw w punkcie 4.1 przedstawia się klasyczne opisy płyt cienkich opartych na hipotezach kinematycznych prowadzących do równania różniczkowego czwartego rzędu na ugięcie płyty oraz odpowiednich warunków brzegowych i wyrażeń na siły wewnętrzne. Przedstawiony opis jest tradycyjny (taki jak np. w podręcznikach akademickich Timoschenki [205] czy Kączkowskiego [69]), (numeracja bibliograficzna jest wzięta z Rozprawy).

W rozdziale czwartym Autor zdecydował się na notację tradycyjną - nie stosuje zapisu wskaźnikowego i konwencji sumacyjnej. Konwencja sumacyjna Einsteina pojawia się dopiero w rozdziale piątym.

Kolejny punkt 4.2 poświęcony jest podstawowemu pojęciu rozprawy: *makroelementowi płytowemu.* Jest to prostokątny zbiór (bez względu na to jakiego kształtu jest badana płyta rzeczywista), zawierający w odpowiedni sposób, płytę rzeczywistą. Do tego elementu należą węzły zdefiniowane jako stacjonarne i główne.

Makroelement ma dwa kontury wewnętrzy – kontur płyty rzeczywistej i zewnętrzny - brzeg prostokątnego makroelementu.

Następnie definiuje się *płytę podstawową* i dla niej buduje model obliczeniowy wykorzystując założenia kinematyczne teorii Kirchhoffa. Płyta podstawowa nie jest płytą rzeczywistą. Rzeczywista płyta wielokątna jest zawarta w płycie podstawowej, jest to makroelement wypełniony w całości materiałem płyty rzeczywistej. Materiał dopełnienia powoduje, że rozpatrywana płyta nie jest swobodna - na jej brzegu powstają nieznane reakcje. Reakcje te muszą być zgodne z warunkami nałożonymi na brzeg płyty rzeczywistej, czyli warunkami brzegowymi płyty. To prowadzi do pewnych wymogów co do liczby węzłów na krawędzi płyty rzeczywistej. W opracowanej metodzie przedstawiono procedury wyboru węzłów, w wyniku czego określono cztery rodzaje węzłów: bieżące, środkowe, narożnikowe i eliptyczne. Jako przykłady tej procedury podano przypadki szczególne płyt: prostokątnych, trapezowych, trójkątnych i eliptycznych.

Pojawiają się tutaj następujące pytania i wątpliwości.

W definicji zbioru konturów prostokątnych zawierających w sobie kontur rozpatrywanej płyty rzeczywistej brak wskazania czym są indeksy *k* i *n*, (str. 55). Jest to istotne, bo zbiór tych konturów jest mocy kontinuum. Z takiego zbioru wybiera się zbiór przeliczalny - w jaki sposób?

Nie wyjaśniono co to jest „*jednakowa orientacja i*”? Domyślam się, że chodzi tu o prostokąty mające odpowiednie boki równoległe.

Jaki jest sens $inf\left\{L_n^{(i)}\right\}$? Co oznacza tutaj infimum?

Co oznacza $\lim\limits_{n\to\infty}\left\{L_n^{(i)}\right\}$ skoro $\left\{L_n^{(i)}\right\}$ są zbiorami? Nie prościej byłoby wprowadzić ciąg pól prostokątów wyznaczonych przez kontur?

Jak rozumieć zdanie „*kontur* $L_0^{(i)}$ *jest konturem stycznym do konturu* C_0”, str.56? To, że kontury mają wspólne punkty nie oznacza jeszcze, że są styczne.

Dalsze rozważania na str. 56 są próbą zdefiniowania jednoznacznego wyboru „orientacji” konturu prostokątnego w zależności od konturu płyty rzeczywistej. Czy niejednoznaczność wyboru konturu prostokątnego jest istotna? Jak ona wpływa na rozwiązanie?

Rozdział piąty zawiera opis budowy modelu obliczeniowego najpierw dla symetrycznej konstrukcji płytowej a następnie przejście z modelu symetrycznego do modelu dowolnej płyty wielokątnej.

Skoro założono, że w Rozprawie wykorzysta się model płyty Kirchhoffa to równaniem na ugięcie płyty jest jedno, niejednorodne, liniowe równanie różniczkowe cząstkowe, czwartego rzędu. Rozwiązaniem takiego równania jest suma rozwiązań: ogólnego równania jednorodnego i rozwiązania szczególnego równania niejednorodnego. Rozwiązanie ogólne równania jednorodnego wyznaczono przyjmując całkę w postaci odpowiedniego szeregu trygonometrycznego. Wprowadzając funkcje kształtu dla ugięcia płyty i funkcje związane z obciążeniem i konfiguracją płyty określono dziesięć równań modelowych makroelementu symetrycznej konstrukcji płytowej.

Całkę szczególną przyjęto w postaci funkcji kwadratowej argumentów $cosx_1$ i $cosx_2$ z odpowiednimi współczynnikami.

Skonstruowany model pozwala wyznaczyć ugięcie, kąty obrotów oraz siły wewnętrzne w dowolnych punktach płaszczyzny środkowej płyty. Wszystko to prowadzi do zapowiedzianego w celu Rozprawy modelu matematycznego wielokątnych cienkich płyt izotropowych. Ten model jest oryginalną częścią pracy.

Drugim istotnym i oryginalnym elementem Rozprawy jest opracowanie programu komputerowego dla omówionego modelu matematycznego. Program powstał w języku *Python* z wykorzystaniem pakietów *NumPy* i *Autograd*. Te narzędzia pozwoliły na zbudowanie programu, w którym operacje można wykonywać nie tylko numeryczne (na liczbach) ale także funkcyjnie (na symbolach). Wyniki operacji funkcyjnych odpowiadają podejściu analitycznemu i tam, gdzie to było możliwe zastosowano takie rozwiązanie. Operacje numeryczny wykonuje się zwykle na końcu procesu obliczeniowego. Program jest ponadto tak skonstruowany, że pozwala na kontrolę i weryfikację poprawności działania kodu źródłowego, (nie jest tylko czarną skrzynką, do której wprowadza się dane i odczytuje wyniki).

Przy konstrukcji programu wykorzystano różniczkowanie automatyczne, różne od komputerowego różniczkowania numerycznego (pochodne otrzymuje się w postaci funkcji zapisanych symbolicznie a nie numerycznie). Wspomniany wyżej pakiet Autograd jest właśnie wykorzystany do takiego obliczania pochodnych.

Chciałbym tutaj podkreślić bardzo dobre rozeznanie Doktoranta w aktualnych możliwościach komputerowych technik obliczeniowych oraz swobodne ich wykorzystanie w Rozprawie.

Implementacja modelu obliczeniowego do algorytmu komputerowego jest istotnym elementem oryginalnym Rozprawy także i z tego powodu, że metoda matematyczna ma zupełnie inną wartość, jeśli jest przydatna obliczeniowo dla inżyniera.

Kolejny fragment Rozprawy zawiera przykłady rozwiązań zagadnień szczegółowych.

Są to zagadnienia brzegowe dla płyt symetrycznych i niesymetrycznych. Rozpatrzono najpierw płyty prostokątne z dwiema przeciwległymi krawędziami swobodnie podpartymi i pozostałymi swobodnymi, oraz swobodnie podparte na całym obwodzie. Obciążenia powierzchniowe płyty przyjęto w postaci podwójnych szeregów Fouriera.

Dla płyt niesymetrycznych przyjęto dodatkowe funkcje oraz zwiększono liczbę węzłów, w których należy spełnić warunki brzegowe. Obciążenia zewnętrzne przyjęto w postaci funkcji kosinusowych.

Otrzymane wyniki porównano z rozwiązaniami ścisłymi (jeśli były znane) oraz numerycznymi otrzymanymi metodą elementów skończonych. Opracowana metoda ściśle spełnia jednorodne równanie równowagi (tak jak w MES), jednak w przeciwieństwie do MES liczba liniowych równań układu w węzłach na brzegu płyty jest istotnie mniejsza. W zaproponowanej metodzie nie dokonuje się dyskretyzacji powierzchni środkowej płyty, nie trzeba więc tworzyć siatki powierzchniowej (jak w MES) bądź brzegowej (jak w MEB).

Opracowana metoda pozwala spełniać niezależnie statyczne, kinematyczne i mieszane warunki brzegowe w węzłach krawędziowych, czego nie mamy w MES.

Uwagi redakcyjne

Mimo, że praca napisana jest poprawnie znajdują się w niej drobne błędy. Niektóre z nich podaję niżej.

Na str. 18 znajduje się dość kategoryczna opinia: *W chwili obecnej klasyczne metody numeryczne osiągnęły kres swoich możliwości*. Chętnie poznałbym uzasadnienie takiej opinii.

Na str. 59 przywołane jest równanie 4.18 na ugięcie - a w istocie są to trzy równania równowagi dla naprężeń.

Na str. 179 czytamy: *Metoda opiera się na dokładnym rozwiązaniu równania równowagi, które jest następnie podstawiane (...) i obliczane przy pomocy konwencji sumacyjnej Einsteina.* Konwencja sumacyjna niczego tu nie liczy ani nie pomaga w obliczeniach - upraszcza tylko zapis.

Powyższe usterki nie pomniejszają wysokiej oceny merytorycznej pracy.

Podsumowanie

Stwierdzam, że rozprawa jest dobrze usytuowana we współczesnym stanie wiedzy z zakresu teorii płyt. Tematyka rozprawy bez najmniejszych wątpliwości należy do obszaru Inżynierii Budowlanej.

Sformułowany cel pracy został osiągnięty.

Doktorant wykazał się przygotowaniem matematyczno- informatycznym. Ma bardzo dobre rozeznanie w aktualnych komputerowych technikach obliczeniowych oraz swobodnie potrafi z nich korzystać.

Jak już napisałem skonstruowany model obliczeniowy wielokątnej konstrukcji płytowej jest oryginalnym elementem rozprawy. Kolejnym takim elementem jest autorski program komputerowy do rozwiązywania badanych konstrukcji z wykorzystaniem automatycznego różniczkowania.

Przeanalizowane przykłady zagadnień brzegowych dla płyt symetrycznych i niesymetrycznych pokazują, wysoką dokładność w porównaniu z rozwiązaniami analitycznymi (jeśli są znane) oraz numerycznymi, otrzymanymi metodą elementów skończonych. Praca poszerza w istotny sposób wiedzę o modelowaniu i rozwiązywaniu zagadnień brzegowych złożonych płytowych elementów konstrukcyjnych.

Praca jest dobrze zredagowana.

Stwierdzam, że rozprawa mgr inż. Krystiana Rosińskiego pt. *Modelowanie cienkościennych układów płytowych w ujęciu makroelementowym* spełnia wymagania stawiane rozprawom doktorskim na stopień doktora nauk technicznych w rozumieniu Ustawy. Jednocześnie wnoszę o skierowanie jej do dalszego postępowania w przewodzie doktorskim i dopuszczenie do publicznej obrony.

Przedstawiona ocena pracy skłania mnie również do sformułowania do Wysokiej Rady wniosku o wyróżnienie Rozprawy mgr inż. Krystiana Rosińskiego, w odpowiednim momencie postepowania w przewodzie doktorskim.

W. Nagórko

Wiesław Nagórko