



**RADA NAUKOWA DYSZYPLINY INŻYNIERIA MECHANICZNA**

**ROZPRAWA DOKTORSKA**

**mgr inż. Dariusz Mrozik**

**BADANIA WŁAŚCIWOŚCI MECHANICZNYCH WYBRANYCH  
MATERIAŁÓW WYTWORZONYCH W TECHNOLOGII FDM ORAZ  
PRÓBY ICH MODELOWANIA**

*Research on Mechanical Properties of Selected Materials  
Manufactured via FDM Technology and Attempts at Their  
Modeling*

DZIEDZINA: NAUKI INŻYNIERYJNO-TECHNICZNE

DYSZYPLINA: INŻYNIERIA MECHANICZNA

**PROMOTOR PRACY**

DR HAB. INŻ. ŁUKASZ PEJKOWSKI, PROF. PBŚ

POLITECHNIKA BYDGOSKA, WYDZIAŁ INŻYNIERII MECHANICZNEJ

AL. PROF. S. KALISKIEGO 7, 85-796 BYDGOSZCZ, POLSKA

**Bydgoszcz, 2024**



### ***Podziękowania***

Chciałbym wyrazić moje serdeczne podziękowania wszystkim osobom, które wspierały mnie na drodze do ukończenia pracy doktorskiej. Przede wszystkim dziękuję mojej żonie, Roksanie, za jej nieustającą miłość, wsparcie i zrozumienie. Moim Rodzicom, Józefowi i Elżbiecie, za danie mi możliwości rozwoju oraz wskazanie najważniejszych wartości w życiu. Rodzeństwu, Andrzejowi i Angelice, za wsparcie i pomoc w innych obowiązkach, co umożliwiło mi pracę nad doktoratem.

Serdeczne podziękowania kieruję do mojego Promotora, dr hab. inż. Łukasza Pejrowskiego, za jego cenne wskazówki, cierpliwość i zaangażowanie w moje badania. Profesor wielokrotnie wspierał mnie w moich działaniach i wskazał właściwą drogę do osiągnięcia celu. Dziękuję również dr inż. Emilowi Smykowi za pomoc w wyborze promotora oraz dr inż. Tomaszowi Giętce za ukierunkowanie naukowe i zawodowe oraz pomoc w rozważeniu możliwych opcji związanych z doktoratem.

Na koniec pragnę podziękować całej społeczności akademickiej, którą spotkałem na swojej drodze studiów inżynierskich, magisterskich i w szkole doktorskiej, za ich wsparcie, inspirację i wkład w mój rozwój naukowy. Dziękuję wszystkim, którzy w jakikolwiek sposób przyczynili się do realizacji tej pracy.

## SPIS TREŚCI

Spis treści .....	4
1. Wstęp.....	5
2. Analiza stanu wiedzy .....	7
2.1. Własności mechaniczne materiałów polimerowych .....	7
2.2. Własności mechaniczne obiektów wytwarzanych przyrostowo z materiałów polimerowych.....	16
2.3. Modelowanie konstytutywne zachowania obiektów wytworzonych z materiałów polimerowych.....	19
3. Cel badawczy i zakres badań .....	31
3.1. Uzasadnienie tematyki .....	31
3.2. Cel badawczy .....	31
3.3. Zakres badań .....	31
3.4. Spodziewane efekty .....	32
4. Materiały i metody badań.....	33
4.1. Przygotowanie danych .....	40
4.2. Modelowanie konstytutywne .....	45
5. Wyniki i dyskusja.....	47
5.1. Wyniki eksperymentów .....	47
5.2. Modelowanie konstytutywne .....	75
6. Podsumowanie .....	177
7. Literatura .....	179
STRESZCZENIE .....	186
ABSTRACT .....	188



# 1. WSTĘP

Funkcjonalność wytworzonego obiektu technicznego wynika z połączenia jego geometrii i właściwości. Do osiągnięcia tego połączenia, proces produkcyjny składa się z szeregu operacji i podprocesów, które nadają zamierzony kształt materiałowi zdolnemu do posiadania pożądaných właściwości. Kształtowanie materiałów w obiekty w ramach procesu produkcyjnego można osiągnąć za pomocą jednej z trzech podstawowych metod lub ich kombinacji [1]:

- kształtowanie formujące: Zamierzony kształt uzyskuje się przez zastosowanie ciśnienia do surowca. Przykłady: kucie, gięcie, odlewanie, wtrysk, zagęszczanie surowców w konwencjonalnej metalurgii proszków lub przetwórstwie ceramicznym,
- kształtowanie ubytkowe: Zamierzony kształt uzyskuje się przez selektywne usuwanie materiału. Przykłady: frezowanie, toczenie, wiercenie, EDM,
- kształtowanie przyrostowe: Zamierzony kształt uzyskuje się przez sukcesywne dodawanie materiału.

Obiekty lub części o nadanych kształtach mogą być łączone w bardziej złożone produkty poprzez łączenie różnych części za pomocą operacji fizycznych, chemicznych lub mechanicznych, takich jak spawanie, lutowanie, klejenie, łączenie mechaniczne itp. [1].

Technologia wytwarzania przyrostowego wytwarza fizyczną geometrię 3D przez sukcesywne dodawanie materiału. „Dodawanie materiału” oznacza, że jednostki surowca są łączone (np. poprzez stapianie lub klejenie), najczęściej warstwa po warstwie, w celu wytworzenia części. Kluczowym czynnikiem dla każdego procesu jest technika używana do dodawania materiałów. To determinuje, jakie rodzaje materiałów są możliwe w danym procesie, ponieważ różne materiały mają różne zasady stapiania lub klejenia. Zasadniczo, dla procesów wytwarzania przyrostowego, podstawowe właściwości produktów są determinowane przez [1,2]:

- rodzaj materiału (polimer, metal, ceramika lub kompozyt),
- zasady stosowane do stapiania lub klejenia (topienie, utwardzanie, spiekanie itp.),
- surowiec używany do dodawania materiału (ciecz, proszek, zawiesina, filament, arkusz itp.),
- sposób łączenia materiału, czyli architekturę maszyny.

Metody przyrostowe umożliwiają [2]:

- Tworzenie złożonych kształtów – pozwalają na wytwarzanie skomplikowanych geometrii trudnych do uzyskania tradycyjnymi metodami,
- Minimalizacja odpadów – materiał jest dodawany warstwami, co redukuje odpady,
- Szybkie prototypowanie – umożliwiają szybkie tworzenie prototypów, przyspieszając proces konstruowania,
- Ekonomia małych serii – koszty produkcji małych serii są niższe, eliminując potrzebę oprzyrządowania,
- Elastyczność projektowa – łatwe wprowadzanie zmian w projekcie bez konieczności zmiany narzędzi,
- Personalizacja – możliwość indywidualizacji produktów na dużą skalę,
- Zintegrowane funkcje – integracja różnych funkcji w jednym elemencie bez montażu,
- Redukcja magazynowania – drukowanie na żądanie zmniejsza potrzebę magazynowania gotowych produktów,
- Zrównoważony rozwój – mniejsze zużycie energii i surowców.

Jedną z najczęściej wykorzystywanych metod wytwarzania przyrostowego obiektów z materiałów polimerowych polega na warstwowym nakładaniu termoplastycznego materiału, który jest podgrzewany i wytłaczany przez dyszę, co pozwala na tworzenie trójwymiarowych obiektów zgodnie z cyfrowym modelem [3,4]. Materiał podawany jest do dyszy w formie filamentu, czyli prefabrykowanego, nawiniętego na szpulę drutu z materiału polimerowego. Metoda znajduje zastosowanie w przemyśle jak i wśród hobbystów. Norma ISO/ASTM 52900 [1] opisuje nomenklaturę związaną z wytwarzaniem przyrostowym i według niej proces wytwarzania tą metodą z angielskiego określany jest jako „material extrusion”, co można przetłumaczyć na wytłaczanie materiału. Metoda ta znana jest pod nazwą Fused Filament Fabrication (FFF) oraz Fused Deposition Modeling (FDM). FDM to zastrzeżona nazwa handlowa firmy Stratasys, jednak jest najczęściej spotykana w literaturze, handlu oraz w użyciu potocznym.

Pomimo dużej popularności technologii FDM, analiza literatury wskazuje na brak wystarczających informacji dotyczących wytrzymałości mechanicznej obiektów wytwarzanych w tej technologii. Proces sukcesywnego dodawania materiału do budowy części sprawia, że właściwości materiału w tej części są silnie zależne od typu maszyny i parametrów procesu w operacji przyrostowej. Dlatego nie jest możliwe dokładne przewidzenie tych właściwości materiału bez powiązania ich z konkretnym typem maszyny i parametrami procesu. Warstwowe podejście do przyrostowego budowania części może również powodować zależność kierunkową właściwości materiału tej części. W związku z tym, właściwości materiałów w części wytworzonej metodą przyrostową mogą być zależne od orientacji i pozycji tej części w przestrzeni budowy podczas przetwarzania [1].

W przypadku materiałów metalowych bada się zwykle zależność pomiędzy odkształceniem i naprężeniem, lecz materiały polimerowe wykazują ponadto istotną zależność przebiegu naprężenia od czasu, tj. prędkość odkształcenia może mieć istotny wpływ na odpowiedź naprężeniową [5]. Pomiar reakcji polimerów na prędkości odkształcenia może być bardzo istotny dla wielu aplikacji przemysłowych, gdzie element jest szybko obciążany, na przykład w częściach narażonych na upadek lub uderzenia. Reakcja mechaniczna różnych klejów, elastomerów i termoplastów może silnie zależeć od prędkości obciążenia. Dlatego ważne jest umiejętne określenie reakcji badanych obiektów również przy wysokich i niskich prędkościach odkształcenia [5]. Ta zależność w literaturze opisująca zachowanie obiektów wytwarzanych technikami przyrostowymi z materiałów polimerowych jest jeszcze niedostatecznie zbadana. Brakuje również szczegółowych badań dotyczących modelowania zachowania obiektów wytwarzanych metodą FDM, które uwzględniałyby różne warunki obciążenia, w szczególności wpływ prędkości odkształcenia na odpowiedź naprężeniową.

## 2. ANALIZA STANU WIEDZY

### 2.1. WŁASNOŚCI MECHANICZNE MATERIAŁÓW POLIMEROWYCH

Polimery występują jako materiały sztuczne, wytwarzane np. w trakcie przetwórstwa ropy naftowej oraz jako materiały naturalne. Polimery wykorzystywane są jako materiały inżynierskie, takie jak elastomery, termoplasty oraz większość rodzajów klejów. Naturalnymi przykładami występowania polimerów są np. kauczuk, włosy, białka, tkanka skóry i wiele innych. Materiał polimerowy to substancja zbudowana z makrocząsteczek, które składają się z powtarzających się jednostek monomerowych połączonych ze sobą wiązaniami chemicznymi, takimi jak wiązania kowalencyjne. Materiały polimerowe mogą być wytwarzane z wykorzystaniem różnych metod technologicznych, gdzie w przemyśle spotyka się m.in. [5–8]:

- wtrysk,
- wytłaczanie,
- formowanie próżniowe.

Przedstawione metody wytwarzania wykorzystuje się w szczególności w masowej produkcji, ze względu na stosunkowo wysoki koszt narzędzi potrzebnych do wytworzenia konkretnego elementu. Podziały polimerów mogą być dokonywane na różne sposoby, uwzględniając różne kryteria. Poniżej przedstawiono kilka podstawowych podziałów [5,7–9].

Podział ze względu na strukturę chemiczną:

- poliolefiny,
- poliestry,
- poliamidy,
- poliuretany,
- polichlorki winylu (PVC),
- polimetakrylany (PMMA),
- itp.

Podział ze względu na reakcję chemiczną wykorzystywaną przy przetwórstwie:

- polimery termoplastyczne,
- polimery termoutwardzalne (termosety).

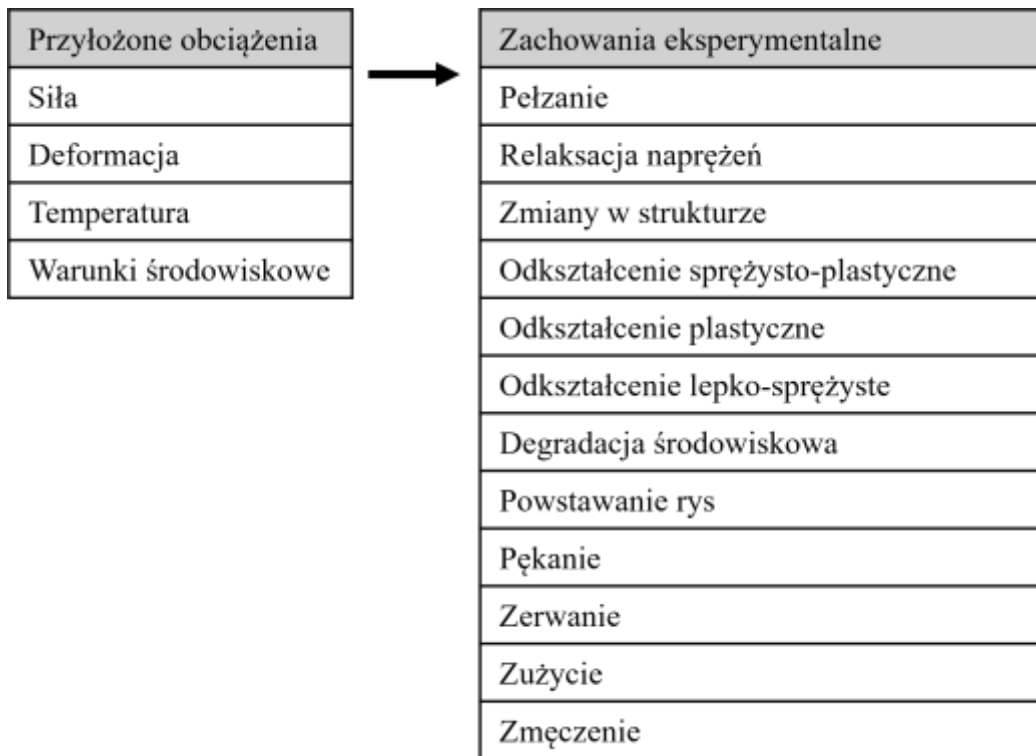
Podział ze względu na pochodzenie:

- polimery naturalne (np. kauczuk, celuloza),
- polimery syntetyczne (np. polietylen, polipropylen).

Podział ze względu na strukturę fizyczną:

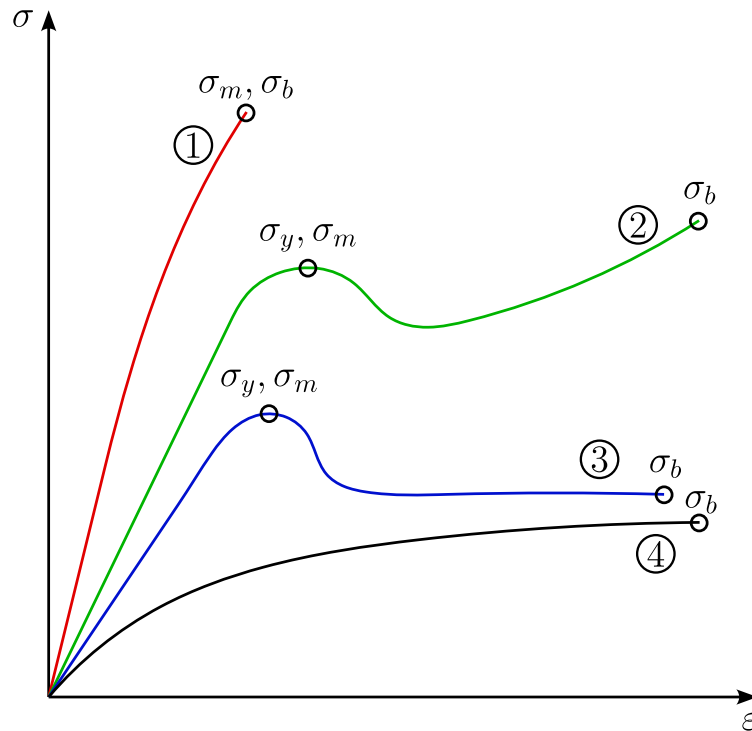
- polimery amorficzne,
- polimery semikrystaliczne.

Polimery, ze względu na swoją strukturę molekularną, wykazują wiele różnych typów zjawisk, gdy są narażone na standardowe środowiska obciążeniowe. Niektóre z bardziej powszechnych zachowań zostały wymienione na rys. 1 [5].



Rys. 1. Zachowania eksperymentalne mogące wystąpić na przyłożone warunki obciążenia [5].

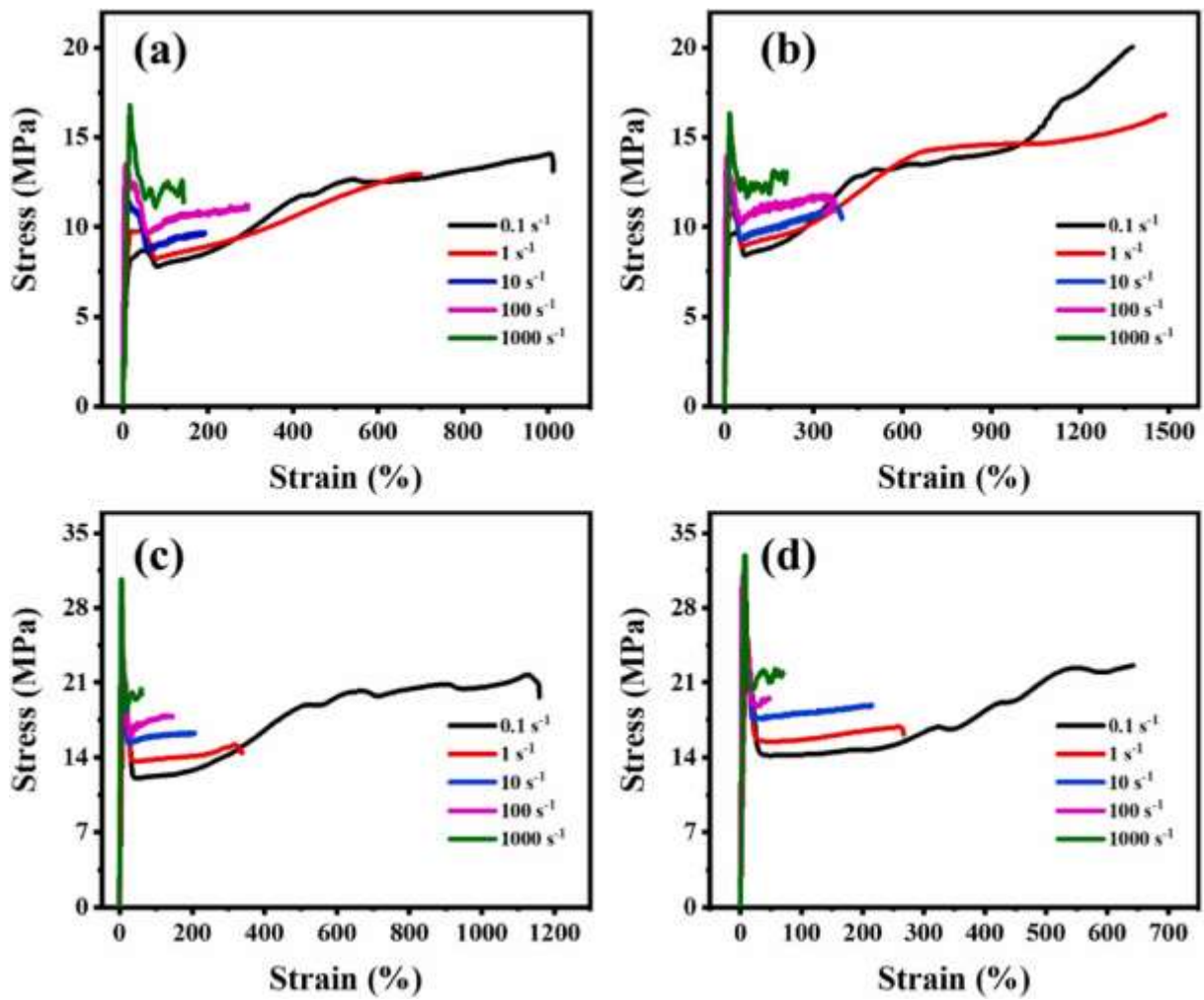
Jednym z podstawowych badań właściwości mechanicznych polimerów jest, podobnie jak w przypadku innych materiałów inżynierskich, próba monotonicznego rozciągania. Dostarcza ona elementarnej wiedzy na temat odpowiedzi naprężeniowo-odkształceniowej materiału. Dane uzyskane w tym badaniu służą także zwykle w pewnym stopniu do kalibracji modeli konstytutywnych. Próbę rozciągania polimerów prowadzi się zazwyczaj w oparciu o zalecenia norm ISO 527-1 [10] oraz ASTM D638 [11]. Obie normy wyróżniają podstawowe typy wykresów rozciągania. Przedstawiono je schematycznie na rys. 2. Krzywa typu 1 jest charakterystyczna dla materiałów kruchych. W trakcie próby naprężenie rośnie aż do zerwania próbki, przez co naprężenia maksymalne,  $\sigma_m$  równe jest naprężeniu przy zerwaniu  $\sigma_b$ . W przypadku krzywej typu 2 i 3 relacja naprężenie-odkształcenie jest początkowo quasi-liniowa, po czym następuje gwałtowne jej zakrzywienie. Często pojawia się także lokalne ekstremum, które przez podobieństwo do krzywej rozciągania metali, normy nazywają naprężeniem odpowiadającym odkształceniu uplastycznienia  $\sigma_y$  (*stress at the yield strain* lub *tensile strength at yield elongation*). Krzywe typu 2 i 3 różnią się kształtem po osiągnięciu lokalnego ekstremum. Krzywa typu 4 jest typowa dla materiałów gumopodobnych zrywających się przy dużych odkształceniach. W rzeczywistości materiały wykazują także zachowanie odmienne od przedstawionego schematycznie na rys. 2, a wystąpienie danego typu krzywej rozciągania zależy również od warunków prowadzenia badania takich jak np. temperatura i prędkość odkształcenia.



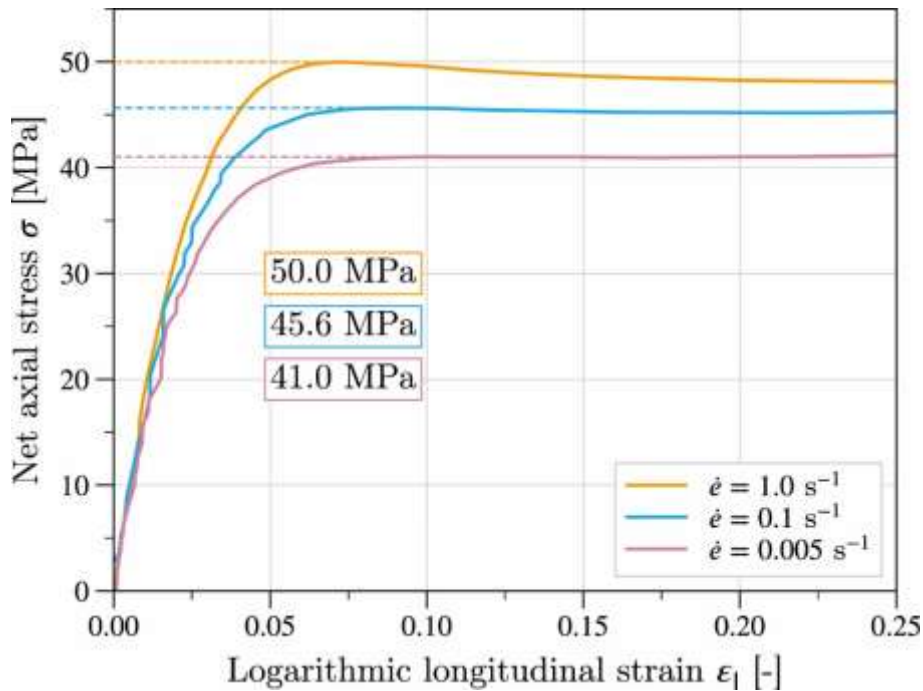
Rys. 2. Podstawowe typy wykresów rozciągania materiałów polimerowych.

Obie przywołane normy wskazują, że wykres rozciągania polimerów w początkowej fazie nie musi być liniowy, tj. nie spełnia on założeń prawa Hooke'a. Normy te poruszają także problem prędkości z jaką prowadzone jest badanie. W normie ISO 527-1 podana jest tabela zalecanych prędkości odkształcenia, bez dalszych szczegółowych zaleceń. Norma podaje jedynie, że dla wyznaczenia modułu sprężystości (*tensile modulus*) należy stosować prędkość odkształcenia jak najbliższą wartości 1% długości pomiarowej próbki na minutę, oraz, że zainteresowane strony powinny uzgodnić prędkość realizacji próby. Norma ASTM D638 jest nieco bardziej szczegółowa w tym zakresie. Tabela zalecanych prędkości uwzględnia także podział na typ materiału (sztywny, półsztywny oraz niesztywny) oraz typ próbki.

Zagadnienie prędkości odkształcenia w przypadku badania mechanicznego polimerów jest o tyle ważne, iż wiele z tych materiałów wykazuje istotny wpływ prędkości odkształcenia na odpowiedź naprężeniowo-odkształceniową. Zachowanie takie nazywane jest w literaturze lepko-sprężystym i lepko-plastycznym. Zwykle im wyższa prędkość odkształcenia w próbie rozciągania, tym wyższe rejestruje się naprężenia oraz mniejsze odkształcenie przy zerwaniu. Przykładem mogą być wyniki zaprezentowane przez Zhu i innych dla różnych typów polietyleny [12] (rys. 3) oraz autorstwa Hund i innych dla polifluorku winylidenu (PVDF) [13] (rys. 4).

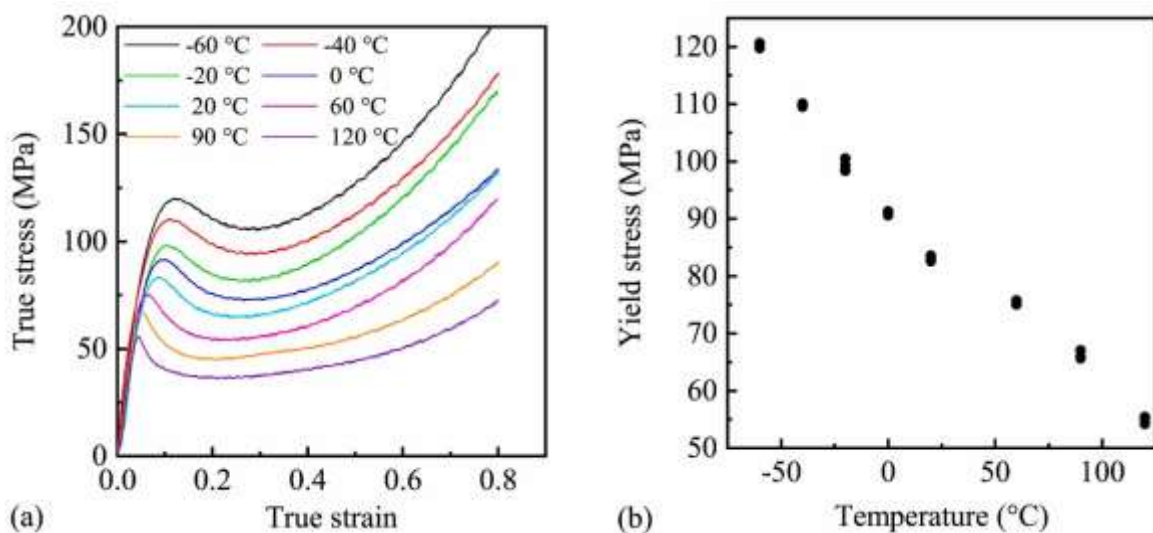


Rys. 3. Wykresy naprężenie-odkształcenie przy różnych szybkościach odkształcania próbek z PE: (a) LDPE; (b) LLDPE; (c) MDPE; (d) HDPE [12] (Przedruk za zgodą Elsevier).



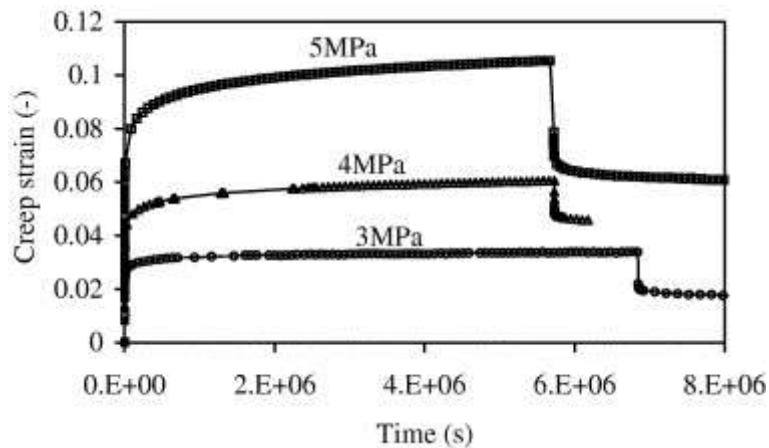
Rys. 4. Wykresy monotonicznego rozciągania PVDF w temperaturze otoczenia ( $T = 25^{\circ}\text{C}$ ) [13]. (Przedruk za zgodą Elsevier).

Bardzo istotnym czynnikiem, mającym wpływ na przebieg próby rozciągania jest temperatura. Odpowiedź naprężeniowo-odkształceniowa większości materiałów polimerowych wykazuje silną wrażliwość na zmiany temperatury już w zakresie kilkunastu-kilkudziesięciu stopni Celsjusza. Ilustracją tego zjawiska mogą być wyniki uzyskane przez Song i innych dla różnych wariantów poliwęglanu [14] (rys. 5). Badane materiały wykazały niemal liniową zależność lokalnego ekstremum naprężenia od temperatury, a im niższa była temperatura badania, tym większe zarejestrowano naprężenia w całej próbce. Z powodu silnej zależności odpowiedzi naprężeniowo-odkształceniowej od temperatury, badania zrealizowane w niniejszej pracy prowadzono w przybliżeniu w stałej temperaturze otoczenia, w warunkach izotermicznych.



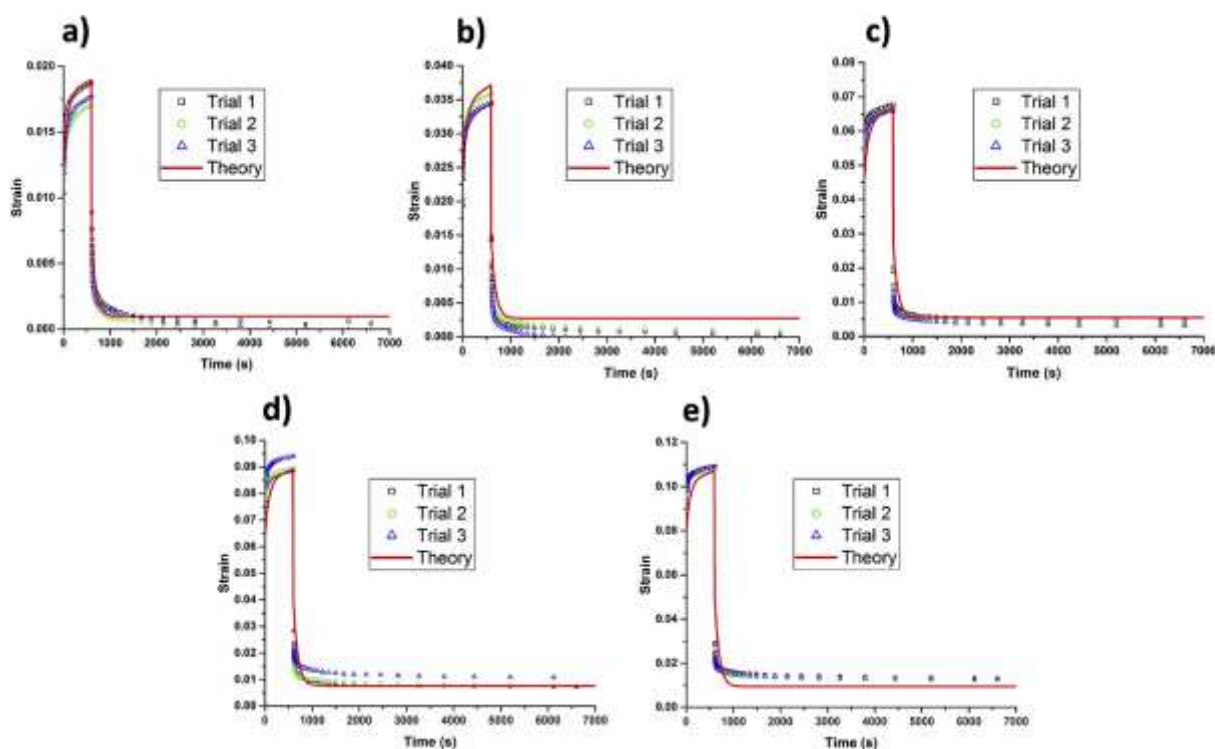
Rys. 5. Dane z eksperymentów przeprowadzonych na PC2 przy stałej prędkości odkształcenia rzeczywistego  $0,01\text{ s}^{-1}$  i różnych temperaturach: (a) krzywe rzeczywistego naprężenia-rzeczywistego odkształcenia (b) naprężenie uplastycznienia [14]. (Przedruk za zgodą Elsevier).

Kolejnym zjawiskiem, które zostało rozważone w niniejszej pracy jest pełzanie materiałów polimerowych w warunkach izotermicznych pod wpływem działania stałego naprężenia. Polimery, jako materiały lepko-sprężyste i lepko-plastyczne, wykazują pełzanie nawet przy stosunkowo niewielkich poziomach naprężenia. Na rys. 6 przedstawiono wyniki prób pełzania polietylenu o średniej gęstości przeprowadzone przez Ben Hadj Hamouda i innych [15]. Zaobserwować można istotny przyrost odkształcenia w czasie przy naprężeniu rzędu 3-5 MPa. Wykresy ilustrują jednocześnie typowy przebieg prób pełzania w warunkach izotermicznych. Próbkę materiału obciążane są w bardzo krótkim czasie docelowym naprężeniem, tak, aby udział odkształcenia zależnego od czasu był pomijalnie mały. Następnie utrzymywany jest stały poziom naprężenia i mierzony przyrost odkształcenia. Często bada się również zmiany odkształcenia po odciążeniu próbki do poziomu zerowego naprężenia. Po nagłym odciążeniu obserwuje się stopniowy spadek odkształcenia, jednak nie do poziomu zerowego. Podobny przebieg odkształcenia pełzania jak na rys. 6, zaprezentował Yarin i inni [16] dla poliamidu 6 (PA6), politereftalanu etylenu (PET), politereftalanu butylenu (PBT), polipropylenu (PP), politetrafluoroetylenu (PTFE) i polietyloeteroketon (PEEK). Dla przykładu na rys. 7 zaprezentowano dla PA6. Dalsze przykłady przebiegów izotermicznego pełzania polimerów znaleźć można w pracach [17–20]. Próby pełzania prowadzone są niekiedy cyklicznie [21].



Rys. 6. Wykresy pełzania polietylenu [15]. (Przedruk za zgodą Elsevier).

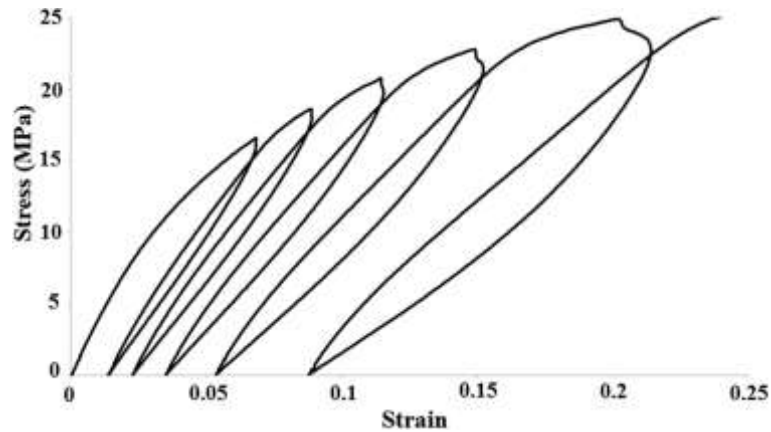




Rys. 7. Porównanie teoretycznych przewidywań i wyników eksperymentów w testach pełzania i odzyskiwania próbek nylonu 6,6 rozciąganych przy (a)  $\sigma_0 = 20$  MPa, (b)  $\sigma_0 = 40$  MPa, (c)  $\sigma_0 = 80$  MPa, (d)  $\sigma_0 = 120$  MPa, i (e)  $\sigma_0 = 160$  MPa przez 600 s, a następnie poddawanych procesowi dążenia do pierwotnej wartości odkształcenia. RH = 60–70%. Dane eksperymentalne są przedstawione za pomocą symboli, natomiast przewidywania teoretyczne – za pomocą linii [16]. (Przedruk za zgodą Elsevier).

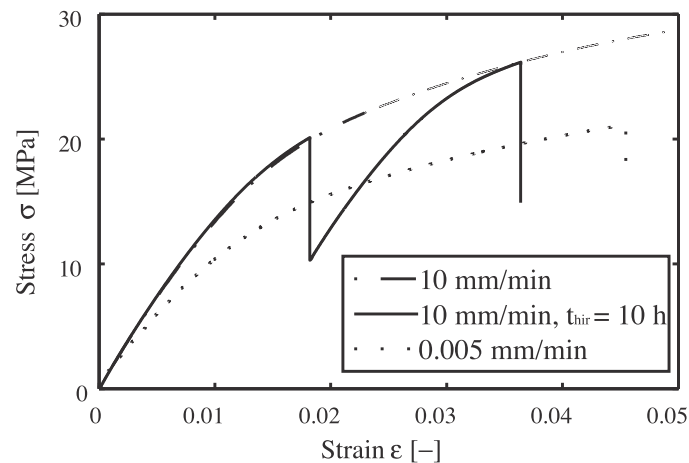
Ważnych informacji na temat odpowiedzi materiałów polimerowych na zróżnicowane warunki obciążenia dostarczają testy mechaniczne, w których obciążenie zmienia się stopniowo, cyklicznie lub w bardziej złożony sposób. Literatura zawiera wiele przykładów tego typu testów [22]. Ich przeprowadzenie autorzy motywowali różnymi przesłankami, jak choćby dostarczenie danych do pewnych specyficznych modeli. Ze względu na mnogość i zróżnicowane dostępnych wyników, zaprezentowane zostaną wybrane z nich.

Na rys. 8 przedstawiono krzywą cyklicznego rozciągania poliamidu 12 (PA12), sterowaną naprężeniem, przedstawioną przez da Costa Mattos i innych [23]. Zaobserwować można nieliniową zależność naprężenia od odkształcenia na każdym poziomie obciążenia. Charakterystyczna jest także akumulacja cyklicznego odkształcenia niesprężystego. Analogicznie prowadzone są próby cyklicznego rozciągania sterowane odkształceniem [24].



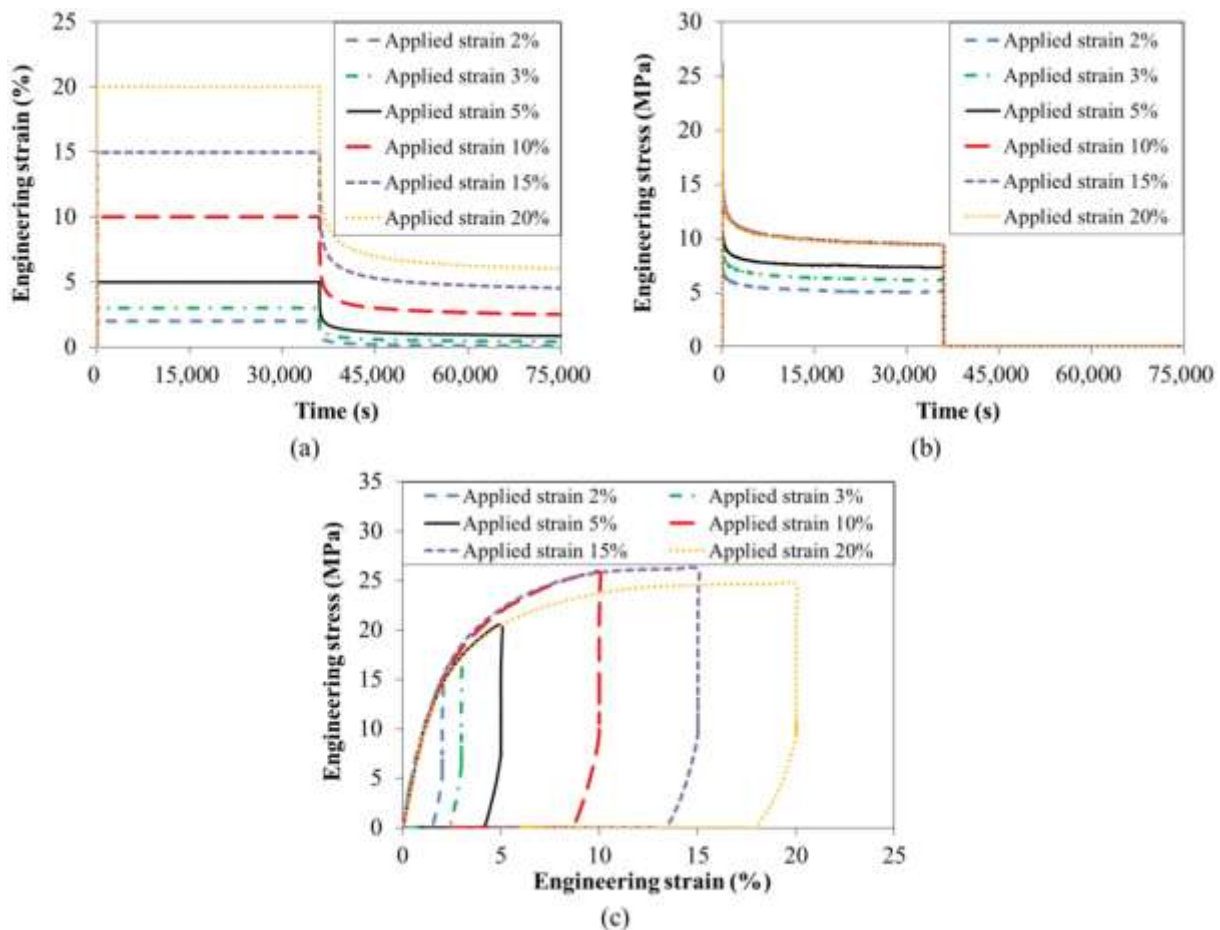
Rys. 8. Test cyklicznego rozciągania - krzywa naprężenie-odkształcenie  $\sigma \times \epsilon$  [23]. (Przedruk za zgodą Elsevier).

Rys. 9 prezentuje krzywą naprężenie-odkształcenie uzyskaną przez Kästnera i innych [25] dla polipropylenu w próbie rozciągania z przerwami trwającymi 10 h. W trakcie przerw utrzymywany był stały poziom odkształcenia. Zaobserwować można relaksację naprężenia w trakcie przerwy. Dodatkowo, wykres porównano do dwóch krzywych monotonicznego rozciągania, wyznaczonych w próbach przeprowadzonych z różnymi prędkościami odkształcenia. Podobne badania przeprowadzono np. w pracy [26].



Rys. 9. Porównanie krzywych naprężenie-odkształcenie zmierzonych w ciągłych testach rozciągania (minimalna prędkość obciążania  $v = 0,005$  mm/min i 10 mm/min) oraz w teście rozciągania z pośrednimi relaksacjami (pośrednie czasy wstrzymania  $t_{hir} = 10$  h). [25]. (Przedruk za zgodą Elsevier).

Na rys. 10 przedstawiono wyniki prób relaksacji HDPE, dostępne w pracy [27]. Badania takie prowadzone są poprzez utrzymywanie stałego poziomu odkształcenia, wraz z pomiarem odpowiedzi naprężeniowej. W czasie gwałtownego przyłożenia obciążenia w postaci odkształcenia nastąpił skok wartości naprężenia, która następnie szybko spadła. Następnie widoczny jest dalszy spadek naprężenia, choć z mniejszą prędkością. Po odciążeniu do zerowej wartości naprężenia i jej utrzymywaniu wartość odkształcenia spadła, ale nie powróciła do zera.



Rys. 10. Testy relaksacji z odciążeniem przy różnych przyłożonych odkształceniach: (a) Historia odkształcenia, (b) Historia naprężenia, (c) Pełna krzywa naprężenie-odkształcenie. [27]. (Przedruk za zgodą Elsevier).

Przeprowadzona analiza danych literaturowych na temat zachowania mechanicznego materiałów polimerowych w zróżnicowanych warunkach obciążenia wskazuje na dużą złożoność obserwowanych zjawisk. Na wynik badania wpływ ma szereg czynników, takich jak choćby rodzaj materiału polimerowego, zastosowane dodatki, wypełniacze, metoda przetwarzania, a nawet sposób przechowywania próbek i czas, który upływa od wytworzenia próbek do badania.

W kontekście parametrów obciążenia, które istotnie przekładają się na odpowiedź materiałów polimerowych wyróżnić można:

- wielkość fizyczną kontrolowaną w trakcie badania (naprężenie lub odkształcenie),
- prędkość oddziaływania obciążenia na materiał (prędkość odkształcenia),
- historię obciążenia, tj. sekwencję różnych obciążeń, rodzaj ich zmienności w czasie i czas trwania,
- złożoność stanu naprężenia i odkształcenia,
- temperaturę.

## 2.2. WŁASNOŚCI MECHANICZNE OBIEKTÓW WYTWARZNYCH PRZYROSTOWO Z MATERIAŁÓW POLIMEROWYCH

Metody przyrostowe znane również jako druk 3D, obejmują różne techniki stosowane do wytwarzania obiektów min. z materiałów polimerowych. Wybrane metody zostały krótko scharakteryzowane w tabeli 1 [2–4].

Tabela 1. Wybrane metody przyrostowe.

Nazwa metody	Opis	Zastosowanie	Ważniejsze wykorzystywane materiały
Fused Deposition Modeling (FDM)	FDM polega na wytłaczaniu cienkich warstw stopionego polimeru przez dyszę, która porusza się zgodnie z zaprogramowaną trajektorią.	Produkcja prototypów, części funkcjonalnych, modeli koncepcyjnych.	PLA, ABS, PETG, TPU.
Stereolithography (SLA)	SLA wykorzystuje ciekłe żywice fotopolimerowe, które są utwardzane warstwa po warstwie za pomocą lasera UV.	Modele dentystyczne, precyzyjne prototypy, formy do odlewów.	Żywice fotopolimerowe.
Selective Laser Sintering (SLS)	SLS wykorzystuje laser do spiekania drobnych proszków polimerowych, łącząc je w solidne warstwy.	Funkcjonalne prototypy, części końcowe, narzędzia produkcyjne.	PA12, PA11, TPU, kompozyty proszkowe.
Digital Light Processing (DLP)	Podobnie jak SLA, DLP wykorzystuje ciekłe żywice fotopolimerowe, ale zamiast lasera używa projektora cyfrowego do utwardzania całych warstw jednocześnie.	Precyzyjne prototypy, biżuteria, modele dentystyczne.	Żywice fotopolimerowe.
Multi Jet Fusion (MJF)	MJF wykorzystuje strumienie materiałów wiążących i proszkowych polimerów, które są spiekane przy użyciu źródła ciepła.	Seryjna produkcja części, prototypy, obudowy urządzeń.	PA12, PA11, TPU.
PolyJet	PolyJet polega na natryskiwaniu cienkich warstw ciekłego fotopolimeru, które są następnie utwardzane światłem UV.	Modele wielomateriałowe, prototypy medyczne, formy silikonowe.	Różne fotopolimery, w tym przezroczyste i elastyczne.

Części wyprodukowane przy użyciu metod addytywnych znajdują zastosowanie w wielu dziedzinach przemysłu [28–30]. Metoda Fused Deposition Modeling (FDM) addytywnego wytwarzania jest najczęściej stosowaną techniką i posiada wiele zalet, takich jak niski poziom wymaganego doświadczenia, zdolność do tworzenia skomplikowanych kształtów oraz możliwość wytworzenia geometrii niedostępnych przy użyciu innych technologii, a także dostępność różnych materiałów. Metoda druku 3D znajduje zastosowanie w wielu dziedzinach, takich jak inżynieria biomedyczna [31,32], farmacja [33], przemysł motoryzacyjny i kosmiczny [34,35], oraz wiele innych [36,37].

Określenie i modelowanie właściwości mechanicznych są istotnymi problemami ze względu na rosnącą liczbę zastosowań wytwarzania przyrostowego [38]. Wiele badań i prób modelowania koncentruje się obecnie na metalowych materiałach wyprodukowanych w sposób przyrostowy [39–41]. Jednakże, niektóre z tych badań obejmują również materiały polimerowe wytwarzane w ten sposób [42–44]. Na przykład, Feroz Ali i inni badali wpływ zmiany wypełnienia na właściwości mechaniczne próbek PA6 i PA66 wydrukowanych w technologii 3D [45], a Jatinder zbadał wpływ procentowego wypełnienia i stylu rastru na zachowanie się próbek PLA wyprodukowanych metodą FDM w różnych orientacjach budowy [46]. Maršavina i inni przetestowali wpływ parametrów wytwarzania na właściwości wytrzymałościowe i pęknięcia próbek PLA wytwarzanych w technologii FDM [47]. Inni autorzy próbowali optymalizować parametry druku, takie jak grubość warstwy, orientacja budowy i kąt rastru, aby osiągnąć lepsze właściwości mechaniczne wydruków [48–50]. Fuhui i inni przetestowali wykonaną przez siebie głowicę drukującą, która wibracyjnie porusza się pionowo, aby zbadać możliwość poprawy pionowej wytrzymałości próbek FDM [51]. Kumar z kolei badał charakterystyki wytrzymałościowe modelu kości udowej 3D, stosując do tego celu drukowane w technologii FDM z PLA [52].

W badaniu opisanym w artykule [53] autorzy analizowali właściwości mechaniczne materiałów PLA i jego kompozytu PLA-Cu wykonanych metodą druku 3D. Przeprowadzono testy quasi-statyczne i dynamiczne za pomocą uniwersalnej maszyny wytrzymałościowej oraz metodą dzielonego pręta Hopkinsona. Zaproponowano model konstytutywny Johnson-Cooka, którego parametry zostały wyznaczone na podstawie badań eksperymentalnych. Wyniki wykazały, że krzywa naprężenie-odkształcenie materiału PLA wykazywała "trzystopniową" charakterystykę, podczas gdy dla materiału PLA-Cu obserwowano zjawisko "uplastycznienia w wyniku uderzenia", co spowodowało, że jego dynamiczna krzywa naprężenie-odkształcenie miała tylko liniowy etap sprężysty. Wytrzymałość na granicy plastyczności materiału PLA-Cu była znacząco wyższa niż materiału PLA, a oba materiały wykazywały wpływ prędkości odkształcenia na odpowiedź naprężeniową w trakcie przejścia od obciążenia statycznego do dynamicznego. W ramach badań opisanych w artykule [54] przeprowadzono analizę własności mechanicznych materiału PLA-Cu, który był poddany testom statycznym i dynamicznym. Dodatkowo, przeprowadzono analizę mikromorfologii materiału oraz opracowano model konstytutywny. Badania wytrzymałości obejmowały różne prędkości odkształcenia i zostały wykonane z wykorzystaniem uniwersalnej maszyny wytrzymałościowej i metodą dzielonego pręta Hopkinsona.

W badaniu opisanym w artykule [55] naukowcy analizowali wpływ zabiegów „post-process” na właściwości mechaniczne i charakterystyki powierzchni kompozytów PLA/TPU z krótkimi włóknami szklanymi, wydrukowanych za pomocą technologii FDM. Przeprowadzono porównanie efektów termicznego wyżarzania oraz traktowania parą octanu na wykończenie powierzchni, dokładność wymiarową oraz właściwości mechaniczne wydrukowanych elementów.

W badaniu opisanym w artykule [56] autorzy proponują wykorzystanie PLA jako materiału bazowego, tlenku grafenu (GO) jako wzmocnienia, struktury minimalnej powierzchni potrójnie periodycznej (TPMS) jako struktury porowatej oraz technologii druku 3D metodą FDM do

opracowania rusztowań strukturalnych PLA/GO z wykorzystaniem struktury TPMS. Przeprowadzono optymalizację parametrów procesu druku 3D oraz analizę struktury porowatej, właściwości mechanicznych i biologicznych rusztowań w kontekście inżynierii tkankowej kości. Badania wykazały, że dodatek 0.1% GO znacząco poprawia wytrzymałość na rozciąganie i ściskanie PLA. Struktura TPMS wykazała wyższą wytrzymałość na ściskanie w porównaniu ze strukturą kratownicową, co wynikało z ciągłej struktury krzywizny TPMS, która łagodziła koncentrację naprężeń i miała bardziej jednolite rozłożenie obciążenia. Dodatkowo, badania kultury komórkowej wykazały, że komórki szpiku kostnego (BMSCs) wykazywały lepsze właściwości adhezji, proliferacji i różnicowania osteogenicznego na rusztowaniach strukturalnych TPMS, co sugeruje potencjał zastosowania tych materiałów w naprawie kości.

W badaniu opisanym w artykule [57] wytworzono kompozytowe filamenty z PLA z dodatkiem 1% wag. cząstek Mg. Filamenty zostały użyte do wydruku próbek za pomocą druku 3D. Porównano właściwości mechaniczne próbek z próbkami monolitycznymi i mikroskalowymi. Wyniki pokazały, że próbki drukowane 3D charakteryzują się lepszą wytrzymałością i plastycznością niż monolityczne, ze względu na ułożenie polimerowych łańcuchów. Próbki mikroskalowe wykazały najlepsze właściwości mechaniczne, a próbki o orientacji wypełnienia  $90^\circ$  uległy największym uszkodzeniom w wyniku degradacji, spowodowanej korozją szczelinową.

W pracy [58] zasymulowano mechanikę pęknięcia próbek z PLA wydrukowanych w 3D w różnych kierunkach za pomocą różnych metod numerycznych. Próbki zostały wydrukowane za pomocą technologii FDM w różnych kierunkach i poddane testom, aby zbudować macierz sztywności potrzebną do określenia zachowania konstytutywnego materiału wydrukowanego w 3D. Dodatkowo, zbadano wpływ różnych parametrów drukowania (takich jak kierunek drukowania, wypełnienie, temperatura dyszy i obwód) na odpowiedź mechaniczną za pomocą analizy wariancji (ANOVA). Analiza statystyczna wykazała silny wpływ kierunku drukowania i obwodów na właściwości mechaniczne, a wytrzymałość na rozciąganie wahała się od 52 MPa w najlepszym przypadku do 4 MPa w najgorszym. Przeprowadzona analiza MES prawidłowo przewiduje zachowanie pęknięcia próbek wydrukowanych w 3D, z błędem na przewidywanej obciążeniu pęknięcia znacznie poniżej 7%. Zbadany model stanowi zatem przydatne narzędzie analizy dla poszerzenia zastosowania druku 3D w aplikacjach inżynierskich.

Pejkowski i inni [59] przeprowadzili badania monotonicznego rozciągania z różnymi prędkościami odkształcenia oraz pełzania poliamidu PA12 oraz jego kompozytów. Wyniki eksperymentów pokazały istotną wrażliwość materiałów na prędkość odkształcenia. Wytrzymałość doraźna wyraźnie wzrastała wraz ze wzrostem prędkości odkształcenia. Pełzanie wszystkich materiałów miało miejsce przy stosunkowo niewielkich wartościach stałego naprężenia. Dodatek wzmocnienia w postaci wypełniaczy wpływał na wzrost wytrzymałości w próbach rozciągania i znacząco podnosił odporność materiału na pełzanie.

Oprócz bardzo zróżnicowanych i skupiających się na wybranych szczegółach badań, przykłady których zostały przytoczone powyżej, wiele ze stosunkowo niedawno opublikowanych prac na temat właściwości elementów wytwarzanych przyrostowo z polimerów dotyczy bardzo podstawowych zagadnień. Świadczy to o wielu lukach w elementarnej wiedzy z tego zakresu. Przykładowo, artykuł [60] dotyczył wyłącznie wytrzymałości na rozciąganie próbek wytworzonych z kilku materiałów. Problem prędkości odkształcenia w ogóle nie został poruszony, a z pośród wszystkich parametrów druku wspomniano wyłącznie o temperaturze i 100% wypełnieniu. Praca [61] dotyczyła wyznaczenia zastępczego modułu Younga elementów wytwarzanych w druku FDM z poliwęglanu. W artykule [62] badano związek maksymalnego naprężenia w próbie rozciągania z kolorem filamentu PLA.

Przegląd literatury dotyczącej właściwości mechanicznych obiektów wytwarzanych przyrostowo z materiałów polimerowych i ich kompozytów pokazuje, że ich odpowiedź na

zadane obciążenie często wykazuje cechy bardzo podobne do materiałów polimerowych przetwarzanych tradycyjnymi metodami. Z drugiej strony, oprócz omówionych wcześniej wielu czynników mających wpływ na właściwości mechaniczne materiałów polimerowych, należy także uwzględnić bardzo liczne parametry wytwarzania przyrostowego. Uwzględnienie wszystkich tych czynników w jednym programie badań jest w zasadzie niemożliwe, stąd w prowadzonych badaniach przyjmuje się stałe wartości wielu parametrów, tak, aby wziąć pod uwagę tylko te, które są istotne w kontekście celu badań.

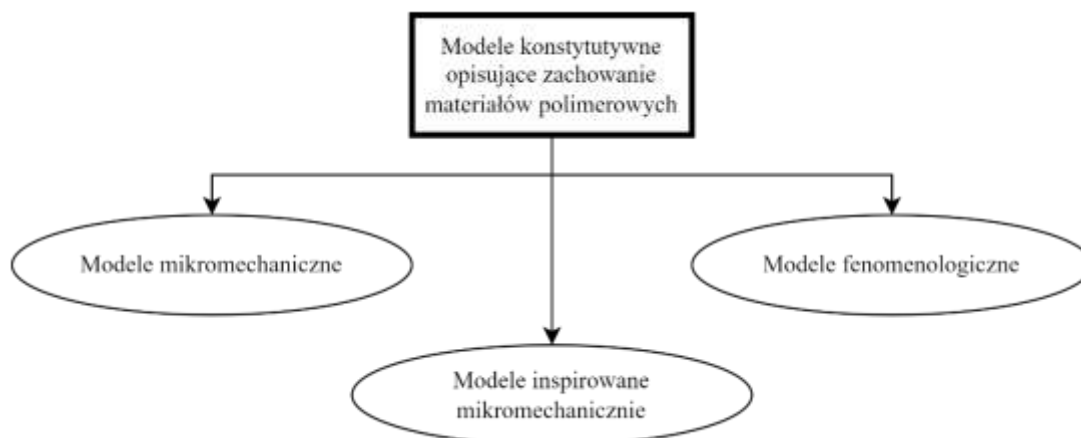
## **2.3. MODELOWANIE KONSTITUTYWNE ZACHOWANIA OBIEKTÓW WYTWORZONYCH Z MATERIAŁÓW POLIMEROWYCH**

Model konstytutywny jest matematycznym opisem zależności między naprężeniem a odkształceniem w materiale, który umożliwia przewidywanie zachowania materiału pod wpływem różnych obciążeń i warunków środowiskowych. Równania konstytutywne mogą uwzględniać mechanizmy fizyczne odpowiedzialne za deformację materiału, takie jak sprężystość, plastyczność, lepko-sprężystość, a także wpływ temperatury i czasu (prędkości odkształcenia). Modele te są kluczowe w inżynierii materiałowej, ponieważ pozwalają na dokładne symulacje i analizy, które są niezbędne do projektowania i optymalizacji produktów. Model materiałowy definiowany jest jako połączenie wybranego modelu konstytutywnego z odpowiadającym mu zestawem parametrów wybranego materiału [5,8,63].

W poniższych podrozdziałach przedstawiono ważniejsze informacje nt. modeli konstytutywnych oraz opis modeli konstytutywnych wybranych do opisu badanych materiałów. Modele zostały wybrane na podstawie analizy literatury, w szczególności zwracając uwagę na możliwość modelowania wpływu prędkości odkształcenia na odpowiedź naprężeniową oraz wcześniejsze wykorzystanie modeli do modelowania zachowania obiektów wytworzonych z materiałów polimerowych.

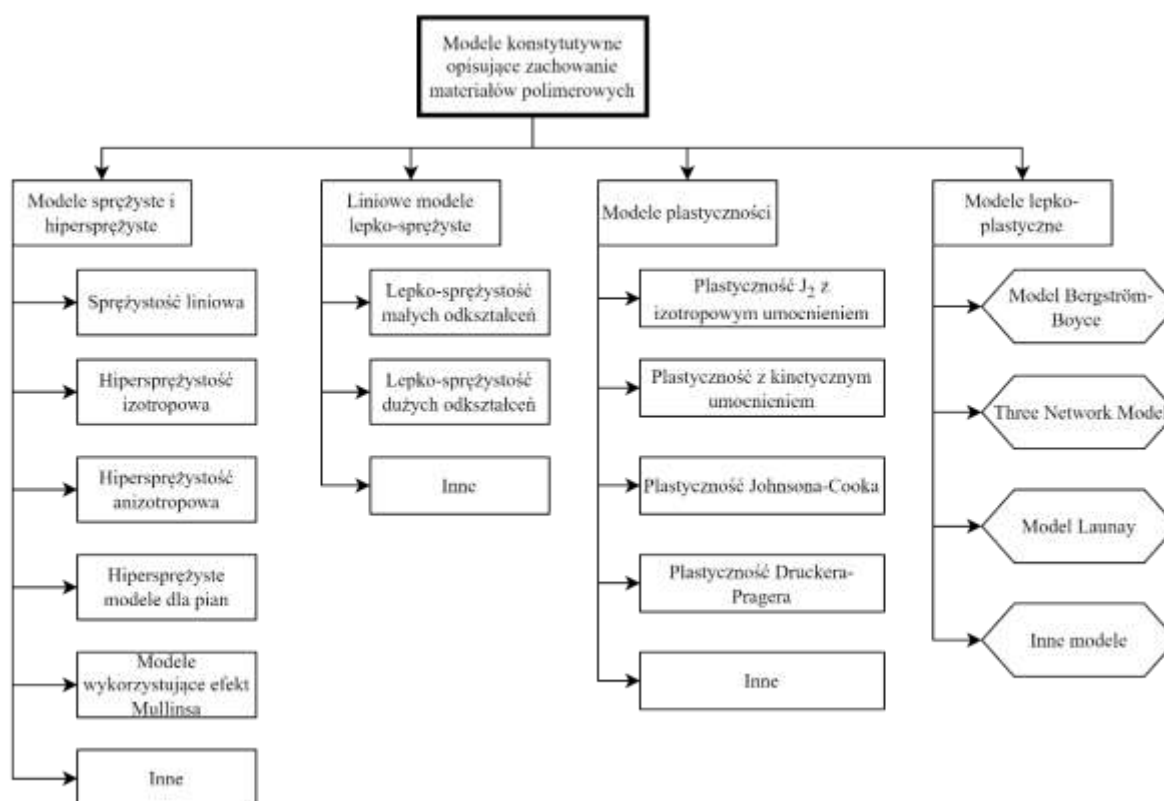
### **2.3.1. Podział modeli konstytutywnych**

Podział modeli konstytutywnych ze względu na mechanizm opisu zjawisk występujących w materiale można podzielić zgodnie z rysunkiem 11. Model fenomenologiczny to model bazujący na doświadczeniach, który opisuje zjawiska mechaniki polimerów poprzez korelacje uzyskane z eksperymentów, ale niekoniecznie uwzględniający wszystkie warunki i zmienne wpływające na te zjawiska. Głównym ograniczeniem modeli fenomenologicznych jest to, że model fenomenologiczny jest ściśle stosowalny tylko dla dokładnych warunków obciążenia, dla których został zweryfikowany. Model mikromechaniczny to model, który wykorzystuje informacje i wiedzę o mikrostrukturze materiału jako podstawę do przewidywania zachowania materiału pod wpływem obciążeń. Przykładem może być model, który łączy przyłożone odkształcenie z rozciąganiem łańcuchów molekularnych na poziomie molekularnym, co pozwala na bardziej niezawodne przewidywanie reakcji materiału w różnych warunkach obciążenia i temperatury. Główną wadą modeli mikromechanicznych jest ich skomplikowanie. Ze względu na złożoność charakterystyki odkształceń mikrostruktury molekularnej, często trudno jest opracować modele, które są czysto mikromechaniczne. Model inspirowany mikromechaniką łączy elementy mikromechaniki odkształceń z podejściami fenomenologicznymi [64–66]. Tego typu modele starają się przełożyć mechanizmy działające na poziomie mikro (lub nano) na przewidywania zachowania w skali makro, oferując najbardziej dokładne podejście dla wielu zjawisk [5,8,67].



Rys. 11. Podział modeli konstytutywnych ze względu na wykorzystywany mechanizm do opisu zjawisk zachodzących w materiale [5].

Modele konstytutywne można podzielić również ze względu na opisywane przez nie zachowania materiałów. Taki podział został przedstawiony na rys. 12.



Rys. 12. Podział modeli konstytutywnych według Bergströma ze względu na rodzaj zachowania materiału [5].

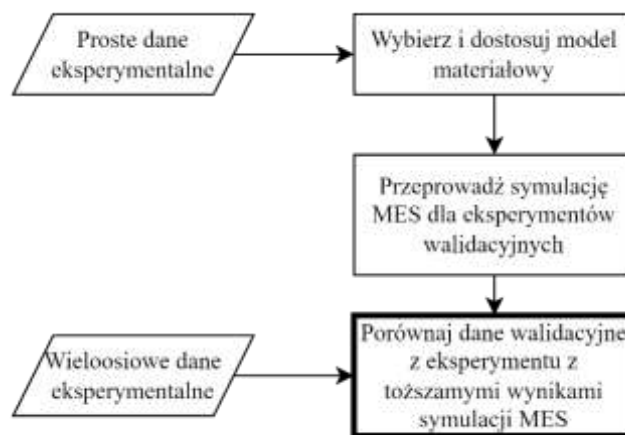
### 2.3.2. Weryfikacja i walidacja modeli materiałowych

Modele symulacyjne są często wykorzystywane w projektowaniu produktów, rozwiązywaniu problemów i dostarczaniu wglądu w procesy zachodzące w symulowanej geometrii. Z tego powodu ważne jest, aby upewnić się, że modele symulacyjne są zweryfikowane i zwalidowane, aby wyniki symulacji były jak najbardziej dokładne.



Weryfikacja modelu materiałowego to proces zapewniający, że model został prawidłowo zaimplementowany zgodnie z równaniami konstytutywnymi. Obejmuje to zazwyczaj przegląd kodu oraz badanie przewidywań modelu z różnych schematów rozwiązań i implementacji. Najczęściej ten krok jest wykonywany przez dostawcę rozwiązania MES (Metoda Elementów Skończonych) lub modelu materiałowego. W przypadku samodzielnej implementacji modelu materiałowego należy przeprowadzić ten krok bardzo starannie.

Walidacja modelu materiałowego to proces zapewniający, że model wystarczająco dokładnie odwzorowuje reakcję rzeczywistego materiału. Często walidacja jest ograniczona do określonego zakresu temperatur i prędkości odkształceń i polega na porównaniu wyników symulacji z eksperymentem [5]. Schemat weryfikacji i walidacji modelu materiałowego został przedstawiony na rys. 13.

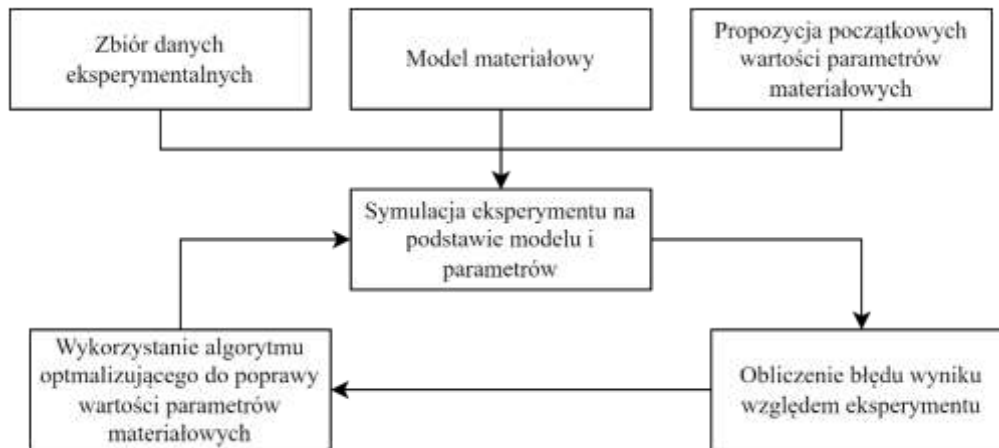


Rys. 13. Schemat weryfikacji i walidacji modelu materiałowego [5].

### 2.3.3. Wyznaczanie parametrów modeli materiałowych

Kluczową kwestią poza wybraniem odpowiedniego modelu konstytutywnego do opisanie odpowiedzi materiału jest wyznaczenie parametrów materiałowych. W przypadku materiałów, dla których parametry danego modelu nie są wprost dostępne w literaturze, należy je wyznaczyć wykorzystując dane eksperymentalne. Jak zauważa Bergström, „warto zwrócić uwagę, że ekstrakcja parametrów materiałowych nie jest tematem szeroko omawianym w literaturze, być może dlatego, że na pierwszy rzut oka teoria nie wydaje się skomplikowana. Trudności związane ze znalezieniem najlepszego zestawu parametrów materiałowych dla modelu materiałowego są jednak rzeczywiste i często stanowią duże wyzwanie, szczególnie przy stosowaniu zaawansowanych modeli materiałowych dla polimerów” [5]. Zaawansowane modele konstytutywne mogą wymagać różnych testów eksperymentalnych, co znacząco podnosi skomplikowanie procesu symulacji. Stąd badacze szukają modeli, w których jest jak najmniej parametrów materiałowych oraz wyznaczenie wymaga przeprowadzenia tylko kilku testów eksperymentalnych. Część z parametrów modeli materiałowych może być wyznaczona na podstawie przyjęcia pewnych założeń dotyczących materiału. Proces wyznaczania parametrów może być wieloetapowy [68], tak aby dla wybranych testów eksperymentalnych wyznaczać parametry modelu związane z odpowiedzią modelu w wybranym zakresie. Kolejną z możliwości jest ekstrakcja z danych eksperymentalnych tylko pewnej części danych odpowiedzialnych za konkretne zachowanie materiału. Autorzy modeli konstytutywnych często wskazują procedurę wyznaczania parametrów modelu, przez co dla różnych modeli konstytutywnych i tego samego materiału procedury różnią się między sobą. Powoduje to, że próba stworzenia modelu materiałowego na podstawie różnych modeli konstytutywnych wiąże się z każdorazowym nakładem pracy na wyznaczenie parametrów modelu [5]. Należy także

zauważyć, iż często modele konstytutywne publikowane są bez podawania precyzyjnej procedury wyznaczania parametrów materiałowych, co dodatkowo utrudnia ich implementację. Istnieją bardzo nieliczne komercyjne rozwiązania, mające zaimplementowane mechanizmy do wyznaczania parametrów różnych modeli konstytutywnych, takie jak MCalibration [69]. Uogólniony schemat wyznaczania parametrów został przedstawiony na rys. 14.



Rys. 14. Schemat wyznaczania parametrów materiałowych [5].

#### 2.3.4. Model Launay i in. (LM)

Model został zaproponowany przez Launay i in. [68] do opisu poliamidu 66 zawierającego 35% krótkich włókien szklanych (PA66 GF35), w temperaturze pokojowej. Materiał został przetestowany w dwóch warunkach: w stanie suchym po formowaniu (DAM) oraz w równowadze z powietrzem zawierającym 50% wilgotności względnej (RH50). Opisywany materiał wykazywał wpływ prędkości odkształcenia na krzywą naprężenie-odkształcenie, a zaproponowany model w sposób przybliżony przewidywał kształt krzywej eksperymentalnej. W tabeli 2 przedstawiono parametry modelu wraz z symbolami, które można odnieść do schematu reologicznego przedstawionego na rys. 15. Model można podzielić na 4 sekcje funkcjonalne:

- część sprężysta charakteryzowana przez parametr  $E_e^0$  i  $a$  oraz  $b$  odpowiedzialne za cykliczne osłabienie,
- część lepko-sprężysta krótkoterminowa charakteryzowana przez parametry  $E_{v1}$  i  $\eta_1$ , mająca odpowiadać za zmiany zachowania występujące w krótkim czasie od odkształcenia,
- część lepko-sprężysta krótkoterminowa charakteryzowana przez parametry  $E_{v2}$  i  $\eta_2$ , mająca odpowiadać za zmiany zachowania występujące w długim czasie od odkształcenia,
- część plastyczna złożona z równolegle połączonego elementu odpowiedzialnego za umocnienie nieliniowe ( $C, \tilde{\gamma}$ ) i elementu modelującego odpowiedź nieliniową ( $\tilde{A}, \tilde{H}, m$ ).

Model opisywany jest przez zbiór równań, których rozwiązanie umożliwia wyznaczenie odpowiedzi naprężeniowej przy sterowaniu naprężeniem i czasem. Całkowite naprężenie w modelu zostało określone równaniem .

$$\sigma = E_e(\beta)(\varepsilon - \varepsilon_{v1} - \varepsilon_{v2} - \varepsilon_{vp}) = E_e(\beta)\varepsilon_e \quad (1)$$

Naprężenie na każdej sekcji funkcjonalnej powinno być takie samo, ponieważ sekcje połączone są szeregowo. Wyznaczenie naprężenia całkowitego więc może być na podstawie

np. sekcji związanej z częścią sprężystą definiowaną przez odkształcenie całkowite sekcji sprężystej i wartość modułu sprężystości zmienionego przez cykliczne osłabienie. Osłabienie cykliczne wyznaczone jest na podstawie równania (2). Do rozwiązania równania osłabienia cyklicznego należy rozwiązać równanie (3), którego wartość zależna jest od kolejnych sekcji modelu opisany poniżej.

$$E_e(\beta) = g(\beta)E_e^0 = E_e^0 \left( 1 - a \left( 1 - e^{-\frac{\beta}{b}} \right) \right) \quad (2)$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \sigma \frac{d\varepsilon_{vp}}{dt} + \frac{3X}{2} \frac{d\alpha}{dt} \quad (3)$$

Całkowite odkształcenie sprężyste jest różnicą pomiędzy odkształceniem całkowitym (wartość zadawana przy sterowaniu odkształceniem) a sumą odkształceń pozostałych sekcji modelu odpowiedzialnych za odkształcenie lepko-sprężyste krótkoterminowe i długoterminowe oraz odkształcenie lepko-plastyczne. Wartość odkształcenia krótkoterminowego i długoterminowego wyznaczana jest na podstawie równania kolejno (4) i (5).

$$\frac{d\varepsilon_{v1}}{dt} = \frac{1}{\eta_1} (\sigma - E_{v1}\varepsilon_{v1}) \quad (4)$$

$$\frac{d\varepsilon_{v2}}{dt} = \frac{1}{\eta_2} (\sigma - E_{v1}\varepsilon_{v2}) \quad (5)$$

Wyznaczenie odkształcenia lepko-plastycznego wymaga rozwiązania równania (6), lecz aby otrzymać wszystkie potrzebne składniki równania trzeba wyznaczyć naprężenie wsteczne (backstress) na podstawie równania (7). Wyznaczenie backstress wymaga rozwiązania równania (8).

$$\frac{d\varepsilon_{vp}}{dt} = \tilde{A} \left[ \sinh \left( \frac{\sigma - \frac{3X}{2}}{\tilde{H}} \right) \right]^m \text{sign} \left( \sigma - \frac{3X}{2} \right) \quad (6)$$

$$X = \frac{2C}{3} \alpha \quad (7)$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = \tilde{A} \left[ \sinh \left( \frac{\sigma - \frac{3X}{2}}{\tilde{H}} \right) \right]^m \left( \text{sign} \left( \sigma - \frac{3X}{2} \right) + \tilde{\gamma} \alpha \right) \quad (8)$$

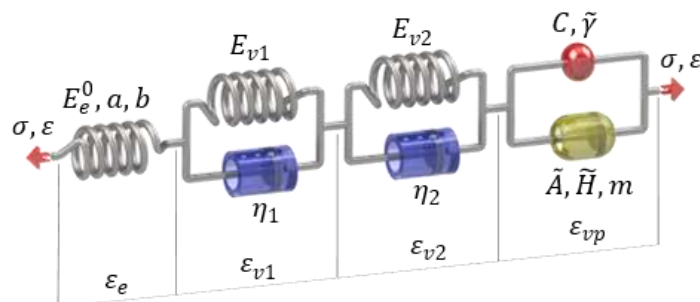
Numeryczna implementacja modelu zastosowana w tej pracy polega na podziale sygnału wymuszenia (np. odkształcenia i czasu) na małe przyrosty i obliczanie wartości naprężenia i poszczególnych odkształceń w kolejnych przyrostach sygnału sterującego poprzez znajomość

wyników z poprzednich kroków. Pierwszy krok obliczeń wymaga przyjęcia pewnych założeń, tj.:

- naprężenie wsteczne jest pomijalnie małe,
- odkształcenie lepko-plastyczne jest pomijalnie małe,
- odkształcenie lepko-sprężyste krótko terminowe i długoterminowe jest pomijalnie małe.

Tabela 2. Parametry modelu Launay i in.

Cecha mechaniczna	Parametr modelu	Symbol	Jednostka
Sprężystość	Początkowy moduł Younga	$E_e^0$	MPa
Lepko-sprężystość krótkoterminowa	Sztywność	$E_{v1}$	MPa
	Lepkość	$\eta_1$	MPa s
Lepko-sprężystość długoterminowa	Sztywność	$E_{v2}$	MPa
	Lepkość	$\eta_2$	MPa s
Umocnienie nieliniowe	Moduł umocnienia	$C$	MPa
	Współczynnik nieliniowości	$\tilde{\gamma}$	-
Lepkość nieliniowa	Prędkość charakterystyczna	$\tilde{A}$	$\frac{1}{s}$
	Naprężenie charakterystyczne	$\tilde{H}$	MPa
	Eksponent	$m$	-
Osłabienie cykliczne	Maksymalne osłabienie	$a$	%
	Charakterystyczna gęstość energii	$b$	$J m^{-3}$

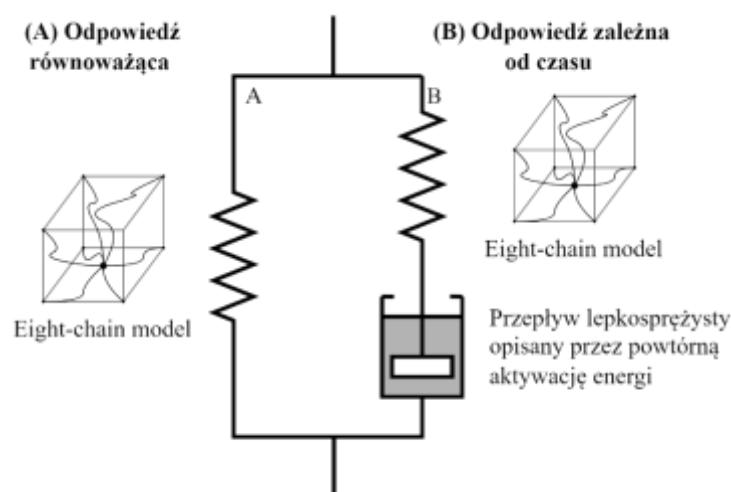


Rys. 15. Schemat reologiczny modelu zaproponowanego przez Launay i in.

Procedura wyznaczania parametrów zaproponowana przez Launay i innych jest kluczowym elementem modelowania konstytutywnego. Ze względu na złożoność modelu oraz dużą liczbę parametrów, konieczne było zastosowanie specyficznej metodologii znajdowania ich wartości. Przede wszystkim, optymalizacja ma na celu jak najlepsze rozdzielenie wszystkich cech mechanicznych, aby zapewnić fizyczne znaczenie każdej z wartości parametrów. Proces identyfikacji autorzy przeprowadzili przy użyciu oprogramowania MES ZEBULON, które wykorzystuje algorytm optymalizacji oparty na technice Levenberga-Marquardta. Pierwszym proponowanym krokiem jest identyfikacja parametrów krótko-terminowej lepko-sprężystości, opierając się na wpływie prędkości obciążenia na początkową sztywność. Następnie, bierze się pod uwagę lepko-sprężystość długoterminową, analizując odpowiedź materiału na próby pełzania i relaksacji w dłuższym czasie. W kolejnym etapie wyznaczane są parametry związane z nieliniową pseudo-lepkoplastycznością, korzystając z krzywej anhisterezy do optymalizacji parametrów modelu. Na tym etapie pominięto wpływ osłabienia. Ostatecznie, uwzględniono fenomenologiczny model osłabienia, który został zoptymalizowany w celu jak najlepszego odwzorowania wyników prób rozciągania monotonicznego. Dzięki tej szczegółowej procedurze, możliwe było uzyskanie spójnych i fizycznie uzasadnionych wartości parametrów modelu. Autorzy wspominają, że po wyznaczeniu parametrów materiałowych dokonali modyfikacji ich wartości. Dodatkowo wspominają, że do procesu optymalizacji należy użyć jak najlepszego zestawu początkowych parametrów, jednak nie wskazują procedury jak określić poprawnie to określić.

### 2.3.5. Model Bergstrom-Boyce (BB)

Model Bergström-Boyce (BB) został zaproponowany przez Bergströma i Boyce w ramach pracy doktorskiej Bergströma, z późniejszymi zmianami [5,66,70,71]. Model jest zaliczany do grupy modeli lepko-plastycznych. Model BB jest zaawansowanym modelem konstytutywnym do przewidywania nieliniowego, zależnego od czasu zachowania się materiałów polimerowych wykazujących przy dużych odkształceniach. Na rys. 16 przedstawiono schemat reologiczny modelu, z którego wynika, że składa się on z dwóch części połączonych równolegle. Pierwsza część, która została oznaczona jako A, to element z modelu eight-chain [65], który został wcześniej zaproponowany przez Arruda i Boyce do opisu zachowania materiałów polimerowych w zakresie dużych odkształceń. Druga część składa się z połączonego ze sobą elementu eight-chain (tak jak w części A) oraz lepko-sprężystego nieliniowego tłumika. Model składa się z 9 parametrów materiałowych, które zostały przedstawione w tabeli 3.



Rys. 16. Schemat reologiczny modelu Bergström-Boyce.

Tabela 3. Parametry modelu BB.

Parametr modelu	Opis uzupełniający	Symbol	Jednostka
Moduł styczny sieci A	-	$\mu_A$	MPa
Blokująca wartość współczynnika rozciągania (stretch ratio)	Parametr związany z przewidywaniem dużych odkształceń.	$\lambda^{lock}$	-
Moduł sprężystości objętościowej	-	$\kappa$	MPa
Współczynnik sztywności sieci B względem sieci A	Parametrem materiałowym określającym, o ile bardziej sztywny moduł styczny sieci B jest w porównaniu do sieci A.	$s_B$	-
Stała materiałowa	Mała dodatnia stała, która jest wprowadzona w celu usunięcia usuwalnej osobliwości w szybkości przepływu w stanie nierozciągniętym.	$\xi$	-
Wykładnik funkcji przepływu	-	$C$	-
Bazowy opór przepływu	-	$\tau_{base}$	MPa
Graniczny opór przepływu	Wartość graniczna naprężenia, poniżej której nie zachodzi płynięcie. Parametr związany z dużymi oskształceniami.	$\hat{\tau}_{cut}$	MPa
Wykładnik funkcji rampowej	-	$m$	-

Naprężenie całkowite jest sumą naprężenia w sekcji A i B modelu (równanie (9)). Naprężenie w sekcji A (eight chain model) dla jednoosiowego rozciągania wyznacza się poprzez rozwiązanie równania (10). Równanie zawiera funkcję odwrotną Langevina ( $\mathcal{L}^{-1}(x)$ ), którą można rozwiązać stosując metody numeryczne, lecz jest to kosztowne pod względem mocy obliczeniowej. Z tego powodu zaproponowane zostały różne przybliżone rozwiązania np. w pracach [65,72,73].

$$\sigma = \sigma_A + \sigma_B \quad (9)$$

$$\sigma_A = \frac{\mu_A}{\bar{\lambda}^*} \frac{\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\bar{\lambda}^*}{\lambda^{lock}}\right)}{\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{\lambda^{lock}}\right)} \left[ \lambda^2 - \frac{1}{\lambda^2} \right] \quad (10)$$

Naprężenie w sekcji B modelu jest takie samo w obu elementach tej sekcji. Można więc wyznaczyć je na podstawie elementu eight chain zgodnie z równaniem (11). Moduł styczny sieci B jest ilorazem moduły stycznego sieci A ( $\mu_A$ ) oraz współczynnika sztywności sieci B ( $s_B$ ). Wartość rozciągnięcia ( $\bar{\lambda}_B^{e*}$ ) wymaga obliczenia wartości odkształcenia poszczególnych elementów w sieci B.

$$\sigma_B = \frac{s_B \mu_A}{\bar{\lambda}_B^{e*}} \frac{\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\bar{\lambda}_B^{e*}}{\lambda^{lock}}\right)}{\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{\lambda^{lock}}\right)} \left[ \lambda^2 - \frac{1}{\lambda^2} \right] \quad (11)$$

Wyznaczenie odkształcenia poszczególnych elementów sieci B wymaga rozwiązania równania płynięcia (12).  $R(x)$  to funkcja rampowa opisana równaniem (13).

$$\dot{\gamma}_B^v = \dot{\gamma}_0 \left( \bar{\lambda}_B^v - 1 + \xi \right)^c \left[ R \left( \frac{\tau}{f_v \tau_{base}} - \hat{\tau}_{cut} \right) \right]^m \quad (12)$$

$$R(x) = \frac{x + |x|}{2} \quad (13)$$

W przypadku modelu BB opracowany przyrostowy algorytm numeryczny wykorzystywał funkcję „ode45” programu MATLAB do rozwiązywania równań różniczkowych.

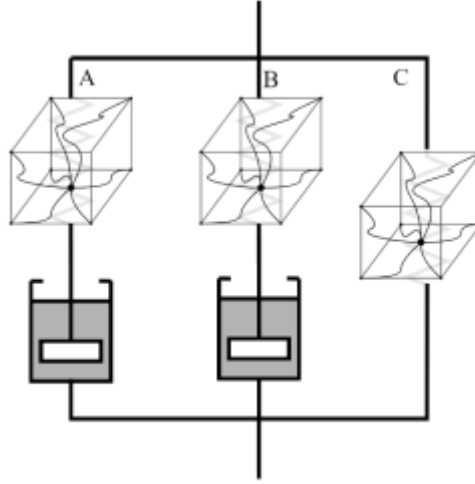
### 2.3.6. Three Network Model (TNM)

Model Three Network Model (TNM) został zaproponowany w 2010 roku przez Bergströma i Bischoffa [74]. Model składa się z trzech części sieci, które przedstawiono w postaci schematu reologicznego na rys. 17. Trzy sieci modelu (A, B i C) są połączone równolegle do siebie. Sieć A i B złożone są z elementów modelujących nieliniowe odkształcenie sprężyste opisywanego przez model eight-chain w wersji uwzględniającej temperaturę otoczenia [65] oraz lepko-sprężystego tłumika połączonych szeregowo. Sieć C składa się tylko z części sprężystej opisywanej przez model eight-chain w wersji uwzględniającej temperaturę otoczenia. Całkowita odpowiedź naprężeniowa modelu, to suma odpowiedzi z poszczególnych sieci modelu. Odkształcenie i prędkość jego zmiany musi być taka sama we wszystkich sieciach modelu. W tabeli 4 przedstawiono parametry modelu.

Tabela 4. Parametry modelu TNM.

Parametr modelu	Opis uzupełniający	Symbol	Jednostka
Moduł styczny sieci A	-	$\mu_A$	MPa
Współczynnik temperaturowy	-	$\hat{\theta}$	K
Blokująca wartość współczynnika rozciągania (stretch ratio)	-	$\lambda^{lock}$	-
Moduł sprężystości objętościowe	-	$\kappa$	MPa
Opór przepływu sieci A	-	$\hat{\tau}_A$	MPa
Zależność przepływu od ciśnienia	-	$a$	-
Wykładnik naprężenia sieci A	-	$m_A$	-
Wykładnik temperatury	-	$n$	-
Początkowy moduł styczny w sieci B	-	$\mu_{Bi}$	-
Końcowy moduł styczny w sieci B	-	$\mu_{Bf}$	-
Prędkość zmiany modułu stycznego sieci B $\mu_B$	-	$\beta$	-
Opór przepływu sieci B	-	$\hat{\tau}_B$	MPa
Wykładnik naprężenia sieci B	-	$m_B$	-
Moduł styczny sieci C	-	$\mu_C$	MPa
Współczynnik rozszerzalności cieplnej	-	$\alpha$	K <sup>-1</sup>
Temperatura referencyjna rozszerzalności cieplnej	-	$\hat{\theta}_0$	K





Rys. 17. Schemat reologiczny modelu Three Network Model.

Naprężenie całkowite jest sumą naprężenia w sekcji A, B i C modelu (równanie (14)). Naprężenie w sekcji A (eight chain model) dla jednoosiowego rozciągania wyznacza się poprzez rozwiązanie równania (15). Naprężenie w sekcji B modelu jest takie samo w obu elementach tej sekcji. Można więc wyznaczyć je na podstawie elementu eight chain zgodnie z równaniem (16). Naprężenie w sekcji C dla jednoosiowego rozciągania wyznacza się poprzez rozwiązanie równania (17).

$$\sigma = \sigma_A + \sigma_B + \sigma_C \quad (14)$$

$$\sigma_A = \frac{\mu_A}{\lambda_A^{e^*}} \left[ 1 + \frac{\theta - \theta_0}{\hat{\theta}} \right] \frac{\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\overline{\lambda_A^{e^*}}}{\lambda^{lock}}\right)}{\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{\lambda^{lock}}\right)} \left[ \lambda^2 - \frac{1}{\lambda^2} \right] \quad (15)$$

$$\sigma_B = \frac{\mu_B}{\lambda_B^{e^*}} \left[ 1 + \frac{\theta - \theta_0}{\hat{\theta}} \right] \frac{\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\overline{\lambda_B^{e^*}}}{\lambda^{lock}}\right)}{\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{\lambda^{lock}}\right)} \left[ \lambda^2 - \frac{1}{\lambda^2} \right] \quad (16)$$

$$\sigma_C = \frac{\mu_C}{\lambda^*} \left[ 1 + \frac{\theta - \theta_0}{\hat{\theta}} \right] \frac{\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\overline{\lambda^*}}{\lambda^{lock}}\right)}{\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{\lambda^{lock}}\right)} \left[ \lambda^2 - \frac{1}{\lambda^2} \right] \quad (17)$$

Wyznaczenie odkształcenia poszczególnych elementów sieci A wymaga rozwiązania równania płynięcia dla elementu lepkościowego (18).  $R(x)$  to funkcja rampowa opisana równaniem (13).  $p$  to ciśnienie hydrostatyczne wyznaczane na podstawie równania (20). Wyznaczenie odkształcenia poszczególnych elementów sieci B podobnie jak w sieci A wymaga rozwiązania równania płynięcia dla elementu lepkościowego (19) wykorzystując funkcję rampową oraz zależność na ciśnienie hydrostatyczne.

$$\dot{\gamma}_B^v = \dot{\gamma}_0 \left( \frac{\tau_A}{\hat{\tau}_A + aR(p_A)} \right)^{m_A} \left( \frac{\theta - \theta_0}{\theta_0} \right)^n \quad (18)$$

$$\dot{\gamma}_B^v = \dot{\gamma}_0 \left( \frac{\tau_B}{\hat{\tau}_B + aR(p_B)} \right)^{m_B} \left( \frac{\theta - \theta_0}{\theta_0} \right)^n \quad (19)$$

$$p_A = \frac{-((\sigma_A)_{11} + (\sigma_A)_{22} + (\sigma_A)_{33})}{3} \quad (20)$$

Podobnie jak w przypadku modelu BB, stworzony przyrostowy algorytm numeryczny wykorzystywał funkcję „ode45” programu MATLAB do rozwiązywania równań różniczkowych.

### **3. CEL BADAWCZY I ZAKRES BADAŃ**

#### **3.1. UZASADNIENIE TEMATYKI**

Przeprowadzona analiza literatury wskazuje na brak wystarczających informacji na temat wytrzymałości mechanicznej obiektów wytworzonych z materiałów polimerowych w technologii FDM z uwzględnieniem zmienności obciążenia i prędkości odkształcenia. Parametry te są zwykle wykluczone z programów opublikowanych badań. Jednak z przeglądu stanu wiedzy na temat własności mechanicznych materiałów polimerowych wiadomo, że ich wpływ na odpowiedź materiałów polimerowych jest znaczący. Realizacja badań w tym zakresie pozwoli więc na wypełnienie istotnej luki w dostępnych danych.

Z przeglądu literatury wynika także dalece niewystarczające podjęcie tematyki modelowania zachowania obiektów wytworzonych z materiałów polimerowych w technologii FDM, uwzględniających wpływ prędkości odkształcenia na odpowiedź odkształceniowo-naprężeniową. Przy projektowaniu obiektów inżynierskich, maszyn i ich części kwestią fundamentalną jest określenie ich wytrzymałości i sztywności w kontekście obciążeń eksploatacyjnych. Postęp w stosowaniu elementów wytwarzanych w technologii FDM na odpowiedzialne konstrukcje powinien więc także obejmować metody analizy wytrzymałościowej.

#### **3.2. CEL BADAWCZY**

Celem badawczym było wyznaczenie charakterystyk naprężeniowo-odkształceniowych z uwzględnieniem efektu prędkości odkształcenia próbek wykonanych w technologii FDM z wybranych materiałów polimerowych oraz weryfikacja możliwości i zakresu zastosowania literaturowych modeli konstytutywnych do ich opisu.

Rozpoznanie zachowania oraz próby modelowania mogą pomóc w rozszerzeniu zastosowania elementów wykonanych w tej technologii, m.in. jako części zamienne lub elementy konstrukcji wymagające przenoszenia istotnych obciążeń mechanicznych.

#### **3.3. ZAKRES BADAŃ**

Badania obejmowały testy mechaniczne próbek wykonanych z materiału PLA oraz PA12 wytworzonych w technologii FDM. Przeprowadzono próby monotonicznego rozciągania, próby pełzania oraz próby z zastosowaniem obciążeń zmiennych w czasie. Badania ograniczono do prób jednoosiowych, gdzie kierunek obciążenia zgodny był z osią próbki. Aby zminimalizować ilość czynników mających wpływ na wyniki badań, wszystkie próbki z danego materiału wytwarzane były pojedynczo, w tej samej pozycji i z tymi samymi parametrami druku 3D.

Próby mechaniczne sterowane były odkształceniem i naprężeniem. Przyjmowano różne przebiegi czasowe obciążeń, w szczególności z różnymi prędkościami odkształcenia i poziomami naprężenia pełzania, co zostało dokładnie przedstawione w rozdziale 4.

W ramach pracy zaimplementowano także w środowisku MATLAB trzy dostępne modele konstytutywne. Parametry modeli zostały wyznaczone dla obu materiałów na podstawie danych eksperymentalnych. Szczegółowo zostało to przedstawione w rozdziale 5.2.

### **3.4. SPODZIEWANE EFEKTY**

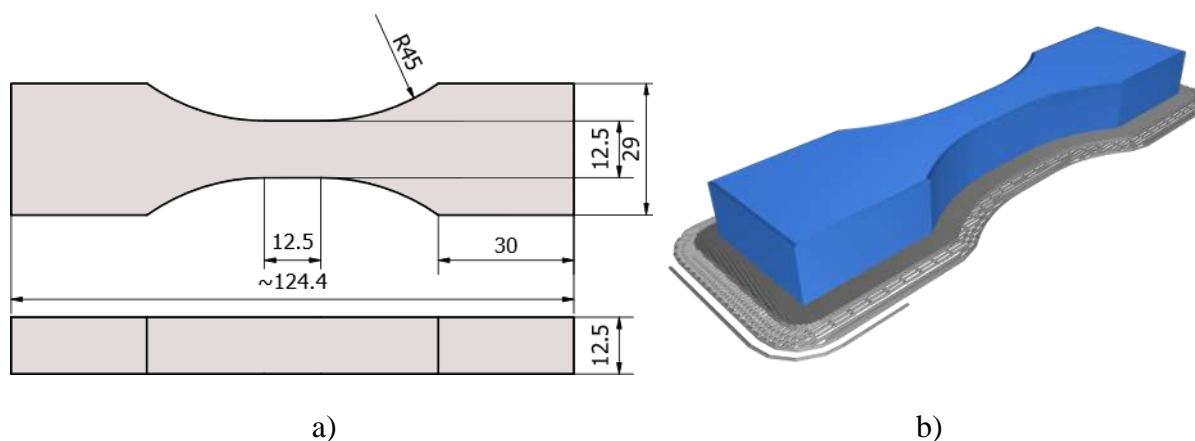
Spodziewanym efektem badań było pogłębienie wiedzy na temat zachowania obiektów wytworzonych z materiałów polimerowych w technologii druku FDM pod wpływem obciążeń mechanicznych, które nie są ograniczone jedynie do standardowych prób monotonicznego rozciągania, przez co są bardziej zbliżone do rzeczywistych warunków eksploatacyjnych. Kolejnym spodziewanym efektem było wykazanie, że istniejące modele konstytutywne przeznaczone do modelowania polimerów, mogą w pewnym zakresie być stosowane do opisu zachowania obiektów wytwarzanych przyrostowo w technologii FDM. Wykazanie, iż założenie to jest prawdziwe, mogłoby ułatwić szacowanie właściwości mechanicznych elementów wykonanych w tej technologii.

## 4. MATERIAŁY I METODY BADAŃ

Próbki do badań zostały wydrukowane z zastosowaniem filamentu z PLA (Premium PLA Translucent™) oraz PA12 (Z-NYLON™). Filament PLA został dostarczony przez Spectrum Group Sp. z o.o., Pęcice, Polska. Filament PA12 został dostarczony przez Zortrax S.A., Olsztyn, Polska. Średnica filamentów wynosiła 1,75 mm. Wszystkie próby wytrzymałościowe zostały przeprowadzone na próbkach o wymiarach pokazanych na rys. 18 a). Geometria próbek została zaprojektowana tak, aby przewężona część pomiarowa stanowiła sześciąt o wymiarze 12,5 mm. Zredukowano w ten sposób smukłość próbek w stosunku do geometrii zalecanych przez normy ASTM D638-10 i ISO 527-2 w celu wykluczenia możliwości wystąpienia zjawiska wyboczenia w badaniach, w których próbka była ściskana. Pod uwagę wzięto nie tylko wyboczenie sprężyste, ale również niesprężyste oraz możliwe zmiany sztywności próbek w wyniku obciążeń cyklicznych. Ponadto, uwzględniono wyniki przedstawione w pracy [75], w której wykazano, że różne od normatywnych wymiary próbek przy materiale PET-G wytwarzanym metodą FDM nie mają istotnego wpływu na wyniki prób rozciągania. W innych pracach, w których badano próbki wykonane w technologii FDM stosowano różne od normatywnych wymiary próbek [76–88].

Do wytworzenia próbek wykorzystano drukarkę Zortrax M200 Plus z wersją firmware 1.3.1. Drukarki z serii M200 były wcześniej wykorzystywane także przez innych badaczy do drukowania i przeprowadzania testów na częściach [89–93]. Utworzony model CAD został wyeksportowany do formatu pliku STL. Do wygenerowania programu sterującego zostało użyte dedykowane oprogramowanie, Z-Suite. Parametry wydruku próbek zostały przedstawione w tabeli 5. Każda próbka została wydrukowana oddzielnie, ale w tej samej pozycji, aby zmaksymalizować powtarzalność właściwości. Zostały one wydrukowane na perforowanej platformie z użyciem raftów, jak pokazano na rys. 18 b). Raft, czyli nadrukowana warstwa materiału przed właściwą próbką została usunięta po procesie wydruku.

Przed przeprowadzeniem testu każda próbka została zmierzona w części pomiarowej za pomocą mikromierza. Dla każdej próbki wykonano sześć pomiarów - trzy dla każdej strony. Średnia wartość została użyta do obliczenia pola powierzchni przekroju poprzecznego.



Rys. 18. a) Wymiary próbki w milimetrach, b) model wydruku stworzony przez dedykowane oprogramowanie dzielące geometrię 3D pliku STL na warstwy.

Tabela 5 Parametry wydruku próbek.

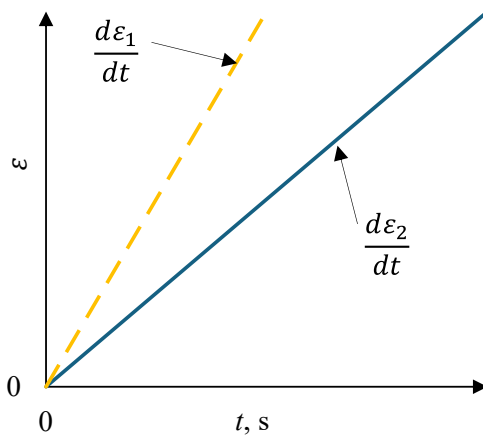
Nazwa parametru	Wartość dla próbek z PLA	Wartość dla próbek z PA12
Średnica dyszy	0.4 mm	0.4 mm
Grubość warstwy	0.19 mm	0.15 mm
Gęstość wypełnienia	100%	100%
Lokalizacja szwu	Losowo	Losowo
Przerwa między konturem a wypełnieniem	0.4 mm	0.44 mm
Przerwa pierwszej warstwy	0.52 mm	0.21 mm
Gęstość raftu	100%	100%
Temperatura wytlaczania	215 °C	250 °C
Temperatura platformy	45 °C	90 °C
Kierunek wypełniania	Prostokątny	Prostokątny

Badania przeprowadzone zostały na serwohydraulicznej maszynie wytrzymałościowej Instron 8874 (rys. 19). Do pomiaru odkształcenia wykorzystano ekstensometr jednoosiowy Instron 2620-601, o nominalnej bazie pomiarowej 12,5 mm. Oprogramowanie Instron WaveMatrix™ zostało użyte do sterowania próbą i rejestrowania danych. Testy rozciągania zostały przeprowadzone w temperaturze pokojowej, około 25°C (298,15 K).



Rys. 19. Próbką zamocowaną w szczękach maszyny wytrzymałościowej INSTRON 8874, wraz z zamontowanym ekstensometrem.

Podsumowanie wykonanych prób monotonicznego rozciągania dla PLA zostało przedstawione w tabeli 6, a dla PA12 w tabeli 7. Próba była prowadzona aż do zerwania. Dla każdej z prób przedstawiono numer próbki, który został wykorzystany do przeprowadzenia testu. Próby były realizowane z różnymi prędkościami odkształcenia. Schematycznie sterowanie próbą zostało przedstawione na rys. 20, gdzie  $\frac{d\varepsilon_1}{dt}$  i  $\frac{d\varepsilon_2}{dt}$  oznaczają próby z różnymi prędkościami rozciągania. Dla PLA wykonano testy z ośmioma różnymi prędkościami rozciągania, gdzie test dla każdej z prędkości został powtórzony co najmniej trzykrotnie. Zakres prędkości odkształcenia wynosił od  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-7} \text{s}^{-1}$  do  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-1} \text{s}^{-1}$ , co sprawiło, że najdłuższa próba trwała ponad 38 godzin a najkrótsza 0,4 sekundy. Dla PA12 wykonano testy z pięcioma różnymi prędkościami odkształcenia, gdzie każdą z prób również powtórzono co najmniej trzykrotnie. Zakres prędkości odkształcenia wynosił od  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-5} \text{s}^{-1}$  do  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-1} \text{s}^{-1}$ .



Rys. 20. Schemat sterowania próbą monotonicznego rozciągania.

Tabela 6. Podsumowanie wykonanych prób monotonicznego rozciągania dla PLA wraz z wynikami parametrów charakterystycznych.

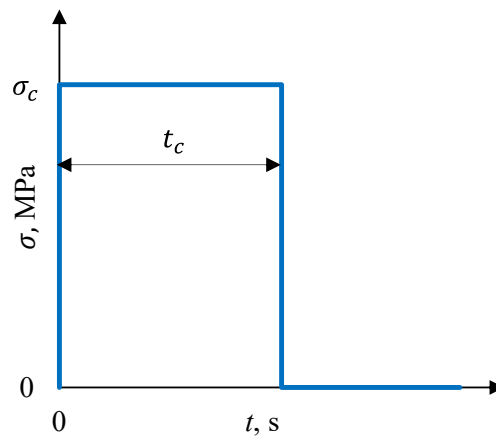
Liczba wykonanych prób rozciągania	Oznaczenia wykorzystanych próbek do próby rozciągania	Prędkość odkształcenia $\left(\frac{d\varepsilon}{dt}, \frac{1}{s}\right)$
3	026, 065, 066	$10^{-7}$
3	025, 063, 067	$10^{-6}$
5	004, 035, 036, 037, 038	$10^{-5}$
3	002, 039, 062	$10^{-4}$
3	040, 044, 057	$10^{-3}$
3	001, 058, 059	$1,6 \cdot 10^{-3}$
3	003, 041, 042	$10^{-2}$
3	019, 060, 061	$10^{-1}$



Tabela 7. Podsumowanie wykonanych prób monotonicznego rozciągania dla PA12.

Liczba wykonanych prób rozciągania	Numery próbek wykorzystane do próby rozciągania	Prędkość odkształcenia $\left(\frac{d\varepsilon}{dt}, \frac{1}{s}\right)$
3	058, 063, 065	$10^{-5}$
3	051, 057, 062	$10^{-4}$
3	050, 052, 053	$10^{-3}$
3	054, 055, 056	$10^{-2}$
3	059, 060, 061	$10^{-1}$

Podsumowanie wykonanych prób pełzania dla PLA zostało przedstawione w tabeli 8, a dla PA12 w tabeli 9. Schematycznie sterowanie próbą zostało przedstawione na rys. 21, gdzie  $\sigma_c$  oznacza naprężenie pełzania, a  $t_c$  czas pełzania. Podsumowanie wykonanych badań cyklicznych dla PLA zostało przedstawione w tabeli 10, a dla PA12 w tabeli 11.



Rys. 21. Schemat sterowania próbą pełzania.

Tabela 8. Podsumowanie wykonanych prób pełzania dla PLA.

Liczba wykonanych prób rozciągania	Oznaczenia wykorzystanych próbek do próby rozciągania	Naprężenie pełzania ( $\sigma_c$ , MPa)
1	034	3
2	032,033	4
2	015,023	10
1	024	15
1	045	16
1	018	20
2	016,017	30

Tabela 9. Podsumowanie wykonanych prób pełzania dla PA12.

Liczba wykonanych prób rozciągania	Numery próbek wykorzystane do próby rozciągania	Naprężenie pełzania ( $\sigma_c$ , MPa)
1	066	25
1	067	30
1	068	20

Tabela 10. Podsumowanie badań cyklicznych dla PLA.

Numer próbki wykorzystany do próby cyklicznej	Liczba cykli	Dodatkowe informacje
010	24	Próba cykliczna z kontrolą odkształcenia o stałej prędkości odkształcenia od zerowo-tętniąca z nieliniowym narastaniem poziomów odkształcenia w kolejnych cyklach
029	4	Próba cykliczna z kontrolą odkształcenia stałej prędkości odkształcenia od zerowo-tętniąca z liniowym narastaniem poziomów odkształcenia w kolejnych cyklach i kończeniem cyklu przy zerowym naprężeniu po odciążeniu (bez ściskania)
030	4	
031	4	
050.2	5	
050.3	5	
031.2	10	Próba wahadłowa
048.2	4	Próba cykliczna z kontrolą odkształcenia z narastającym poziomem odkształcenia utrzymywanym na stałym poziomie pomiędzy cyklami
049	2	
050	5	Próba cykliczna z kontrolą odkształcenia o stałej prędkości odkształcenia od zerowo-tętniąca z liniowym narastaniem poziomów odkształcenia w kolejnych cyklach
053	5	
054	5	
051	5	Próba cykliczna z kontrolą odkształcenia o stałej prędkości odkształcenia od zerowo-tętniąca z liniowym narastaniem poziomów odkształcenia w kolejnych cyklach i utrzymywaniem odkształcenia pomiędzy cyklami
052	5	
054.2	6	Próba cykliczna z kontrolą odkształcenia o stałej prędkości odkształcenia od zerowo-tętniąca z liniowym narastaniem poziomów odkształcenia w kolejnych cyklach, utrzymywaniem odkształcenia pomiędzy cyklami przy zerowym naprężeniu po odciążeniu (bez ściskania)
055	4	

Tabela 11. Podsumowanie badań cyklicznych dla PA12.

Numer próbki wykorzystany do próby cyklicznej	Liczba cykli	Dodatkowe informacje
069	5	Próba cykliczna z kontrolą odkształcenia o stałej prędkości odkształcenia od zerowo-tętniąca z liniowym narastaniem poziomów odkształcenia w kolejnych cyklach
070	5	
072	8	
073	8	
075	8	
076	8	
077	8	
078	8	
074	9	
079	9	
080	9	
081	9	
082	9	

#### 4.1. PRZYGOTOWANIE DANYCH

Wyniki prób wytrzymałościowych realizowanych za pomocą maszyny INSTRON 8874 (rys. 19) zapisywane były przez oprogramowanie sterujące w formie pliku tekstowego o rozszerzeniu .csv. Dodatkowo zdarza się, że w wyniku zerwania próbki, czy opóźnionego startu testu plik tekstowy zawiera dodatkowe dane, które zakłócają prawidłową interpretację wyników. Do wizualizacji i przetwarzania danych w formie wykresów wykorzystano dedykowane narzędzia stworzone w środowisku MATLAB. Zadaniem narzędzia było:

- import danych z pliku .csv do zbiorczej tabeli danych MATLAB,
- obliczenie naprężenia na podstawie pola przekroju próbki,
- obliczenie odkształcenia na podstawie wprowadzonej długości bazowej ekstensometru,
- usunięcie danych zarejestrowanych przez maszynę wytrzymałościową po zerwaniu próbki,

- przesunięcie wektora czasu o stałą wartość, w celu wizualizacji danych w czasie, w którym próba rzeczywiście się rozpoczynała,
- wizualizacja wyników w formie naprężenie-odkształcenie, naprężenie-czas, odkształcenie-czas wraz z możliwością zapisu do formatu PDF.

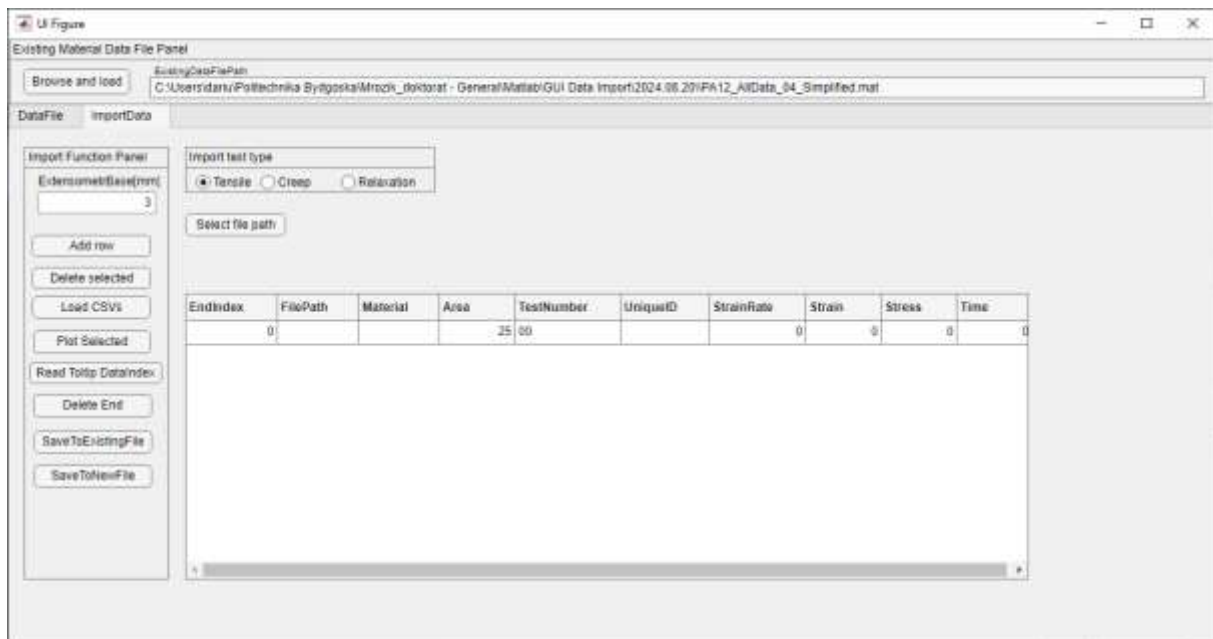
Przykładowe zrzuty ekranu narzędzia w zakresie wizualizacji zbiorczej danych zostały przedstawione na rys. 22 oraz do importu danych na rys. 23. Modele konstytutywne do wyznaczenia parametrów materiału wymagają dodatkowej obróbki danych polegającej na:

- wygładzeniu danych poprzez uśrednienie niewielkich skoków pomiędzy danymi będącymi w bliskim otoczeniu przetwarzanego punktu,
- ułożenia danych dyskretnych tak, aby występowała pomiędzy nimi stała różnica czasu.

W tym celu zastosowano dedykowane narzędzie do przetwarzania danych stworzone w MATLAB, które zapewnia odpowiednie przygotowanie wyników do dalszej analizy. Do wygładzenia danych w tym narzędziu wykorzystano funkcję „smooth”, która jest dostępna w *Curve Fitting Toolbox* MATLABa. Program umożliwiał podgląd wyniku przetwarzania i dostosowywanie parametrów wygładzania, tak aby uzyskany wynik był zadowalający. Do ustawienia stałej różnicy czasu w programie wykorzystano funkcję *resamplez Signal Processing Toolbox*, której parametry były dostosowywane w zależności od typu, ilości zebranych punktów i czasu trwania próby. Funkcja mogła być wywoływana wielokrotnie przez program z różnymi parametrami w trakcie przetwarzania wyniku z jednej próby, tak, aby uzyskana różnica czasu była zadowalająca. Rys. 24 przedstawia widok z narzędzia do wygładzania przebiegu krzywej. Przykładowy wynik w trakcie przetwarzania różnicy czasu i sprowadzania jej do stałej wartości został przedstawiony na rys. 25.

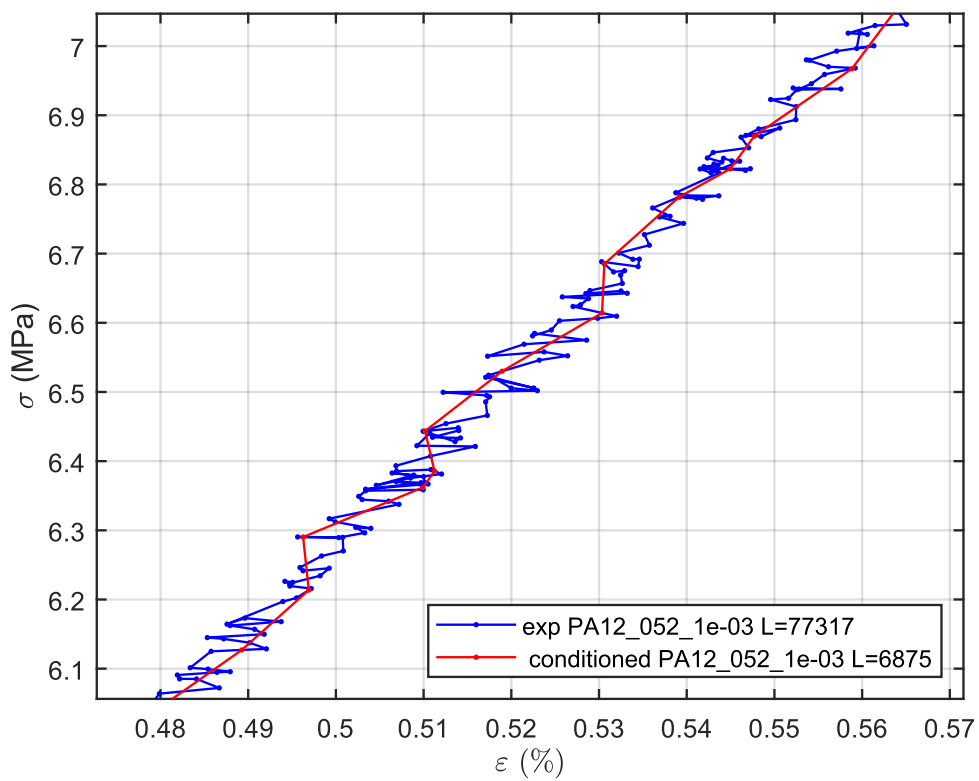
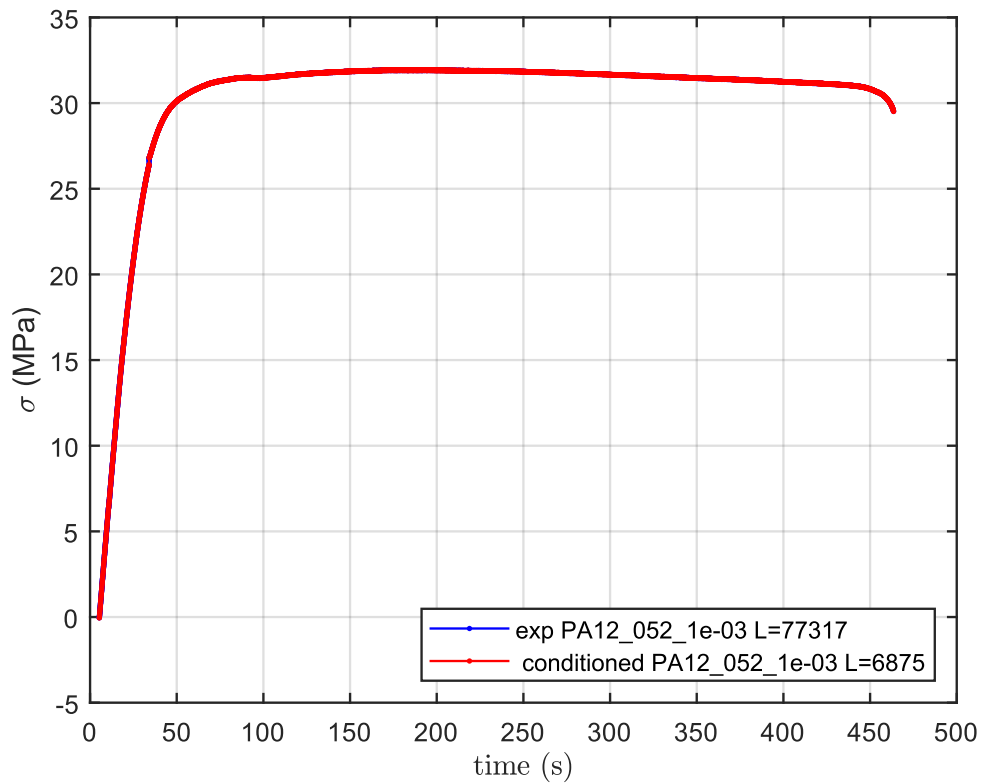
To...	Dataid	Material	StrainRateString	StrainRateNumber	TestNumber	eps	sig	time
<input type="checkbox"/>	Creep_PA12_066_20MPa	PA12	-9e-07	-0.0000	006	500*1 double	520*1 double	500*1 double
<input type="checkbox"/>	Creep_PA12_066_25MPa	PA12	4e-05	0.0000	007	500*1 double	500*1 double	500*1 double
<input type="checkbox"/>	PA12_050_1e-03	PA12	1e-03	0.0010	050	100*1 double	100*1 double	100*1 double
<input type="checkbox"/>	PA12_051_1e-04	PA12	1e-04	0.0001	051	772*1 double	772*1 double	772*1 double
<input type="checkbox"/>	PA12_052_1e-03	PA12	1e-03	0.0010	052	100*1 double	100*1 double	100*1 double
<input type="checkbox"/>	PA12_053_1e-03	PA12	1e-03	0.0010	053	100*1 double	100*1 double	100*1 double
<input type="checkbox"/>	PA12_054_1e-02	PA12	1e-02	0.0100	054	100*1 double	100*1 double	100*1 double
<input type="checkbox"/>	PA12_055_1e-02	PA12	1e-02	0.0100	055	100*1 double	100*1 double	100*1 double
<input type="checkbox"/>	PA12_056_1e-02	PA12	1e-02	0.0100	056	100*1 double	100*1 double	100*1 double
<input type="checkbox"/>	PA12_057_1e-04	PA12	1e-04	0.0001	057	658*1 double	658*1 double	658*1 double
<input type="checkbox"/>	PA12_058_1e-05	PA12	1e-05	0.0000	058	10278*1 double	10278*1 double	10278*1 double
<input type="checkbox"/>	PA12_059_1e-01	PA12	1e-01	0.1000	059	100*1 double	100*1 double	100*1 double
<input type="checkbox"/>	PA12_060_1e-01	PA12	1e-01	0.1000	060	100*1 double	100*1 double	100*1 double
<input type="checkbox"/>	PA12_061_1e-01	PA12	1e-01	0.1000	061	100*1 double	100*1 double	100*1 double
<input type="checkbox"/>	PA12_062_1e-04	PA12	1e-04	0.0001	062	757*1 double	757*1 double	757*1 double

Rys. 22. Widok dedykowanego narzędzia do przetwarzania danych z maszyny wytrzymałościowej – zbiorcza wizualizacja.

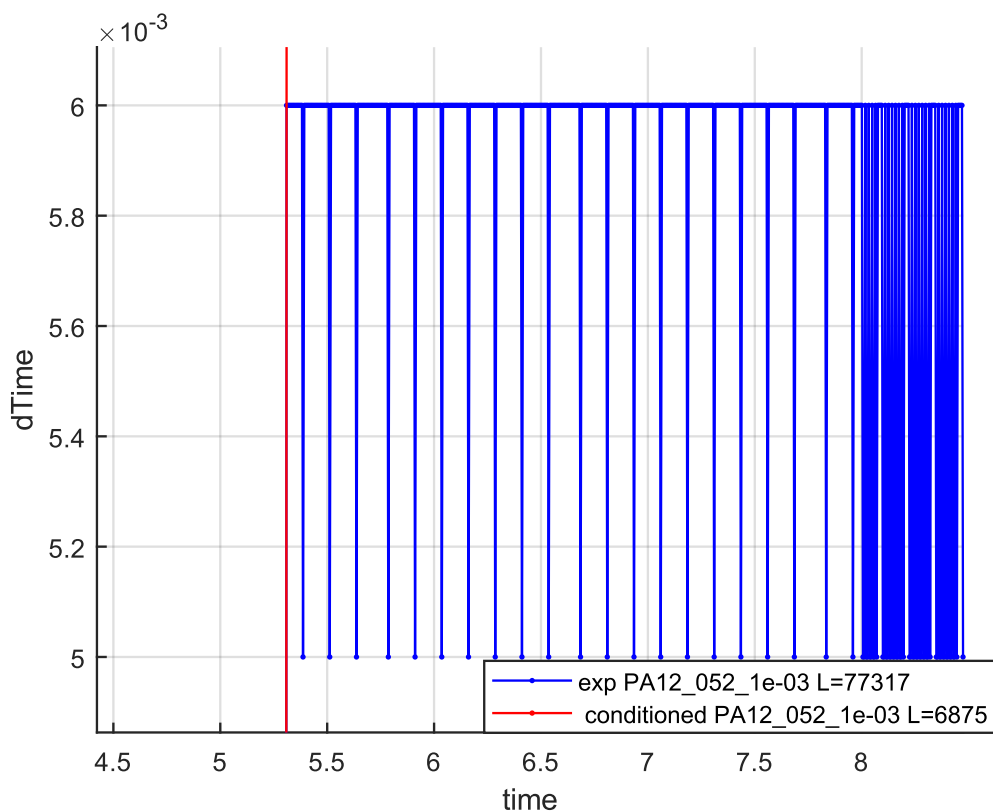
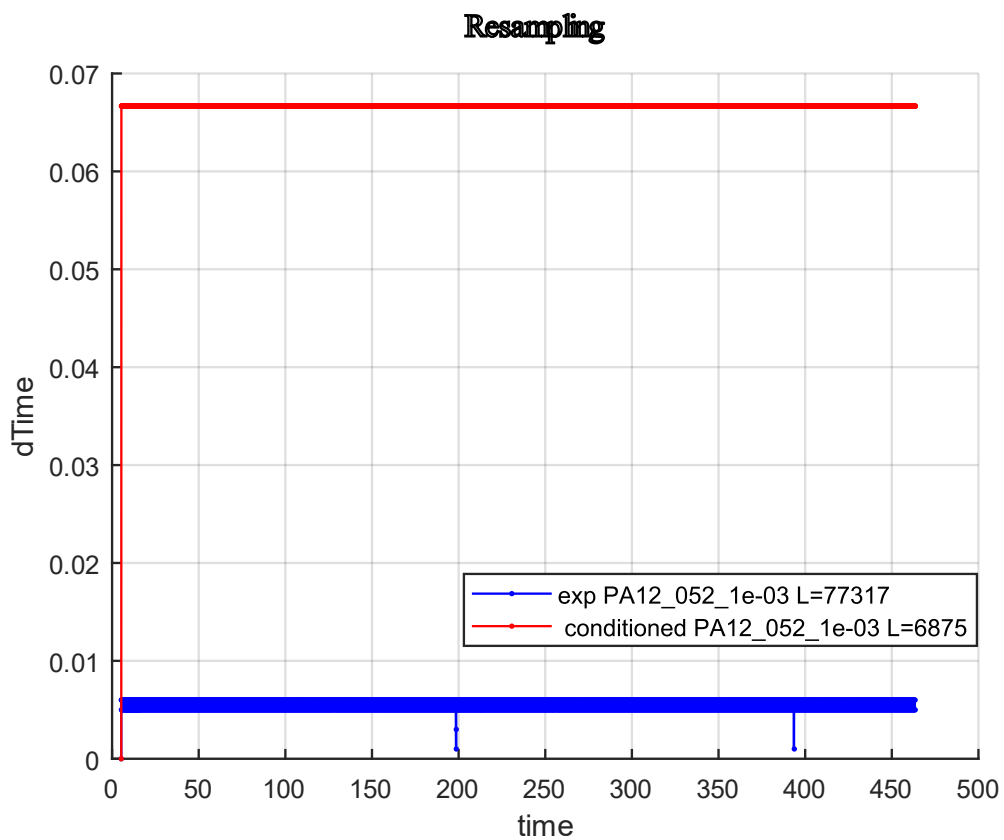


Rys. 23. Widok dedykowanego narzędzia do przetwarzania danych z maszyny wytrzymałościowej – import danych.

### Smoothing



Rys. 24. Przykładowy widok przetwarzania danych – wygładzanie.



Rys. 25. Przykładowy widok przetwarzania danych – ustawianie stałej wartości różnicy czasu.



## 4.2. MODELOWANIE KONSTITUTYWNE

Wybrane modele konstytutywne wymagały stworzenia szeregu narzędzi, które zostały opracowane w środowisku MATLAB. Zadaniem tych narzędzi było:

- generowanie wyników modelowania na podstawie zadanych parametrów,
- wyznaczanie wartości parametrów modelu,
- wizualizacja wyników modelowania w porównaniu do danych z eksperymentu.

Dla każdego z modeli konstytutywnych zaimplementowane zostały osobne narzędzia. W przypadku modelu Launay i in. wykonano programy umożliwiające:

- generowanie i wizualizacja danych zadając odkształcenie,
- generowanie i wizualizację danych zadając naprężenie,
- generowanie zadanego obciążenia na podstawie wyników danych doświadczalnych i wyświetlanie tych danych do porównania,
- wyznaczanie parametrów modelu  $E_e^0$ ,  $E_{v2}$ ,  $\eta_2$  z ograniczeniem zakresu analizy do wybranego poziomu odkształcenia, wraz z wizualizacją dopasowania na płaszczyźnie,
- wyznaczanie parametrów modelu  $E_{v1}$ ,  $\eta_1$  z uwzględnieniem wcześniej wyznaczonych parametrów,
- wyznaczanie parametrów modelu  $\tilde{A}$ ,  $\tilde{H}$ ,  $m$ ,  $C$ ,  $\tilde{\gamma}$  z uwzględnieniem wcześniej wyznaczonych parametrów,
- wyznaczanie parametrów modelu  $a$ ,  $b$  z uwzględnieniem wcześniej wyznaczonych parametrów.

W zależności od tego, czy obciążenie ma być kontrolowane odkształceniem czy naprężeniem (np. w próbie pełzania), wymagane jest stworzenie osobnego algorytmu. Na rys. 26 został przedstawiony fragment funkcji, która służyła do obliczenia naprężenia na podstawie odkształcenia i parametrów modelu. Funkcja iteracyjnie oblicza wartość poszczególnych składowych modelu dla każdego z zadanych punktów kontrolowanej prędkości odkształcenia i odkształcenia. W pierwszym etapie jej działania należy przypisać wartości początkowe poszczególnym składowym, tak aby kolejne iteracje mogły zostać wykonane.

```
301 function [m_sig] = getLaunaySig(Ee_0, Ev1, eta1, Ev2, eta2, C, gamma_, A_, H_, m, a, b, expEps, expTime)
302     serieDataIteration = 1;
303     mySeriesCount = 1;
304     dataPointsCount = length(expEps);
305     m_dTime = expTime-[zeros(1,mySeriesCount);expTime(1:end-1,:)];
306     m_sig = zeros(dataPointsCount, mySeriesCount);
307     m_eps_e = zeros(dataPointsCount,mySeriesCount);
308     m_eps_v1 = zeros(dataPointsCount,mySeriesCount);
309     m_eps_v2 = zeros(dataPointsCount,mySeriesCount);
310     m_eps_vp = zeros(dataPointsCount,mySeriesCount);
311     Ee = zeros(dataPointsCount,mySeriesCount);
312     X = zeros(dataPointsCount,mySeriesCount);
313     alpha = zeros(dataPointsCount,mySeriesCount);
314     beta = zeros(dataPointsCount,mySeriesCount);
315     g = zeros(dataPointsCount,mySeriesCount);
316     m_dEps_e = zeros(dataPointsCount,mySeriesCount);
317     m_dEps_v1 = zeros(dataPointsCount,mySeriesCount);
318     m_dEps_v2 = zeros(dataPointsCount,mySeriesCount);
319     m_dEps_vp = zeros(dataPointsCount,mySeriesCount);
320     m_dEps_inelastic = zeros(dataPointsCount,mySeriesCount);
321     for calculationItteration = 1:dataPointsCount
322
323         g(calculationItteration,serieDataIteration)=getG(a,b,beta(calculationItteration,serieDataIteration)
324         Ee(calculationItteration,serieDataIteration)=g(calculationItteration,serieDataIteration)*Ee_0;
```

Rys. 26. Fragment funkcji zaimplementowanej w MATLAB służącej do obliczania naprężenia na podstawie zadanej prędkości odkształcenia i odkształcenia.

Dla modelu Bergström-Boyce (BB) i Three Network Model (TNM) wykonano programy umożliwiające:

- generowanie i wizualizację danych przy kontrolowanym odkształceniu,
- generowanie zadanego obciążenia na podstawie wyników danych doświadczalnych i wyświetlanie tych danych do porównania,
- wyznaczanie parametrów modeli z wykorzystaniem modułu MATLAB *Global Optimization Toolbox*, wraz z wizualizacją postępów obliczeń i możliwością zmiany metod optymalizacyjnych w trakcie wyznaczania parametrów.

Wyznaczanie parametrów modeli wymaga wykorzystania funkcji optymalizujących (minimalizujących błąd rozwiązania), tak aby wyznaczone parametry jak najdokładniej odwzorowywały badany materiał. Do oceny wielkości błędu przewidywań modelu wykorzystano wartość liczoną zgodnie z równaniem (21). NMAD (Normalized Mean Absolute Difference) jest jednym ze sposobów na obliczanie błędu proponowanym przez Bergströma [5] (współautora modeli BB i TNM). Błąd liczony w ten sposób jest znormalizowany, tak aby nadać równe wagi danym eksperymentalnym o różnych wielkościach naprężenia i odkształcenia. W dalszej części wartość błędu dla poszczególnych prób będzie określana w ten sposób.  $y^{\text{pred}}$  to wartość przewidywana przez model (naprężenia lub odkształcenia), a  $y^{\text{exp}}$  to wartość z eksperymentu, która jest porównywana. Przykładowy fragment programu służący do wyboru metody optymalizacji przy wyznaczaniu parametrów modelu BB został przedstawiony na rys. 27.

$$\text{NMAD} = \frac{\langle |y^{\text{pred}} - y^{\text{exp}}| \rangle}{\langle |y^{\text{exp}}| \rangle} \cdot 100\% \quad (21)$$

```

23     if (optimMethod == "fmincon")
24         opts = optimoptions(@fmincon,'Algorithm','interior-point',...
25             'UseParallel', false,...
26             'Display','iter', ...
27             'MaxIterations',maxIterCount, 'MaxFunctionEvaluations',15e2, ...
28             'FunctionTolerance', 1e-2); %'UseParallel', true,...
29         [optimized_params,fval,exitflag,output] = fmincon(objectiveFmin,initialOptimParams,[],[],[],[],lb_opti
30     elseif (optimMethod == "fminsearch")
31         optsFminSearch = optimset('Display', 'iter', 'TolX', 1e-2, 'FunValCheck', 'on', 'TolFun', ...
32             1e0, 'MaxIter', maxIterCount, 'MaxFunEvals', 30);
33         [optimized_params, fval, exitflag, output] = fminsearch(objectiveFmin, initialOptimParams, optsFminSea
34
35     elseif (optimMethod == "GlobalSearch")
36         gs = GlobalSearch('FunctionTolerance',1e-4, 'MaxTime',60,'Display','iter', 'XTolerance',5e-1, 'OutputF
37         [optimized_params,fval,exitflag,output] = run(gs,problem);
38     elseif (optimMethod == "MultiStart")
39         ms = MultiStart('FunctionTolerance',2e-1,'XTolerance',5e-1,...
40             'MaxTime',1800,'Display','iter',...
41             'UseParallel', false);
42         [optimized_params,fval,exitflag,output] = run(ms,problem,50);
43     end
44
45     fullParams = modelParams;
46     fullParams(optimizeParamsIdx) = optimized_params;

```

Rys. 27. Fragment programu związany z wyborem metody optymalizacji przy wyznaczaniu parametrów modelu BB.

Opracowanie danych eksperymentalnych i modeli zostało w pełni wykonane w środowisku MATLAB. Do wytworzenia wszystkich potrzebnych narzędzi zostało łącznie napisane około 10 tys. unikatowych linii kodu.

## 5. WYNIKI I Dyskusja

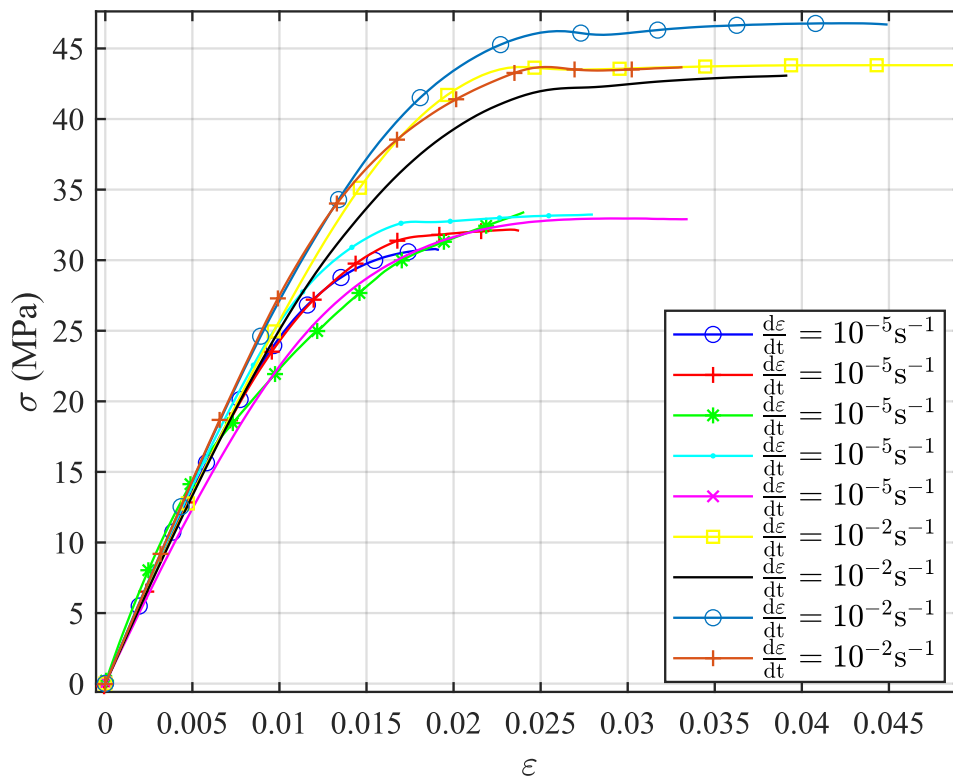
Wyniki zostały podzielone na te związane z eksperymentem oraz modelowaniem. W pierwszej kolejności przedstawiono wyniki eksperymentu dla PLA i PA12. Następnie przedstawiono wyniki związane z modelowaniem zachowania tych materiałów. Wszystkie wyniki badań dotyczące naprężenia i odkształcenia zostały przedstawione w układzie inżynierskim.

Badania eksperymentalne były wykonywane w celu rozpoznania zachowania materiału, wykorzystania ich do wyznaczenia parametrów opisanych w kolejnych rozdziałach modeli konstytutywnych oraz do przeprowadzenia modelowania prób. Nie wszystkie z wyników badań eksperymentalnych zostały wykorzystane do wyznaczenia parametrów modeli i modelowania. Pomiędzy materiałem PLA i PA12 wiele testów powtarza się z takimi samymi warunkami obciążenia, ale zbiór testów dla poszczególnych materiałów różni się.

### 5.1. WYNIKI EKSPERYMENTÓW

#### 5.1.1. PLA

Na rys. 28 przedstawiono wyniki próby monotonicznego rozciągania PLA – po cztery wyniki testów dla prędkości odkształcenia  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-2} s^{-1}$  i pięć wyników dla  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-5} s^{-1}$ . W tabeli 12 przedstawiono podsumowanie prezentujące wartości maksymalną, minimalną, średnią i odchylenie standardowe naprężenia i odkształcenia. Większość przeprowadzonych prób rozciągania była powtarzana z dokładnie takimi samymi warunkami obciążenia z wykorzystaniem innych próbek w celu sprawdzenia powtarzalności wyników badań eksperymentalnych. W celu uproszczenia analizy oraz ze względu na wysoką powtarzalność wyników, dalsze przedstawienie wyników zostanie ograniczone do jednej, reprezentatywnej próby. Zrezygnowano z głębszej analizy statystycznej, gdyż w kontekście celu badania – weryfikacji możliwości modelowania konstytutywnego – uznano, że taka szczegółowość nie jest konieczna. Powtarzalność wyników jest na tyle zadowalająca, że możliwe było pominięcie dodatkowych obliczeń statystycznych bez wpływu na wiarygodność wniosków.



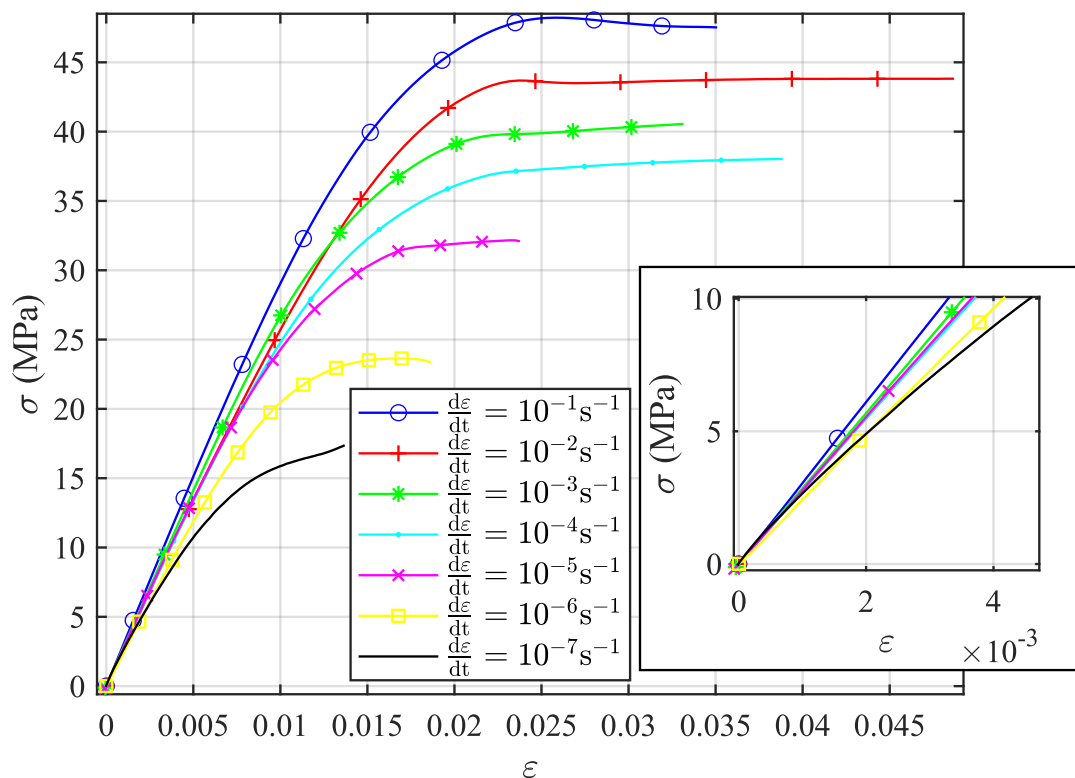
Rys. 28. Wyniki prób monotonicznego rozciągania PLA dla prędkości odkształcenia  $\frac{d\epsilon}{dt} = 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  i  $\frac{d\epsilon}{dt} = 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ .

Tabela 12. Wyniki maksymalnych wartości naprężenia i odkształcenia dla próby monotonicznego rozciągania PLA z prędkościami odkształcenia  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-5} s^{-1}$  i  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-2} s^{-1}$ .

	Prędkość odkształcenia $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-5} s^{-1}$	Prędkość odkształcenia $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-2} s^{-1}$
Minimalna wartość naprężenia maksymalnego $\sigma_{max}$ (MPa)	30,8	43,1
Maksymalna wartość naprężenia maksymalnego $\sigma_{max}$ (MPa)	33,4	46,8
Wartość średnia naprężenia maksymalnego $\sigma_{max}$ (MPa)	32,5	44,3
Odchylenie standardowe naprężenia maksymalnego $\sigma_{max}$ (MPa)	1,1	1,7
Minimalna wartość odkształcenia maksymalnego $\varepsilon_{max}$	0,019	0,033
Maksymalna wartość odkształcenia maksymalnego $\varepsilon_{max}$	0,033	0,049
Wartość średnia odkształcenia maksymalnego $\varepsilon_{max}$	0,026	0,042
Odchylenie standardowe odkształcenia maksymalnego $\varepsilon_{max}$	0,005	0,007

Na rys. 29 przedstawiono wyniki prób monotonicznego rozciągania dla PLA z wykorzystaniem różnych prędkości odkształcenia wykorzystywanych przy kontrolowaniu próby. W prezentowanych wynikach ujęto po jednym wyniku z każdej przedstawionej prędkości odkształcenia. Dla każdej z prób, w pierwszej fazie rozciągania można zauważyć, że wykres jest zbliżony do linii prostej. Kąt nachylenia części quasi-liniowej zwiększa się wraz ze wzrostem prędkości odkształcenia. Część quasi-liniowa została przedstawiona także w powiększeniu, w prawej dolnej części wykresu rys. 29. Po części quasi-liniowej następuje znacząca zmiana krzywizny wykresu rozciągania. W szczególności w przypadku wyższych prędkości odkształcenia można zauważyć wzrost poziomu odkształcenia bez znaczących zmian

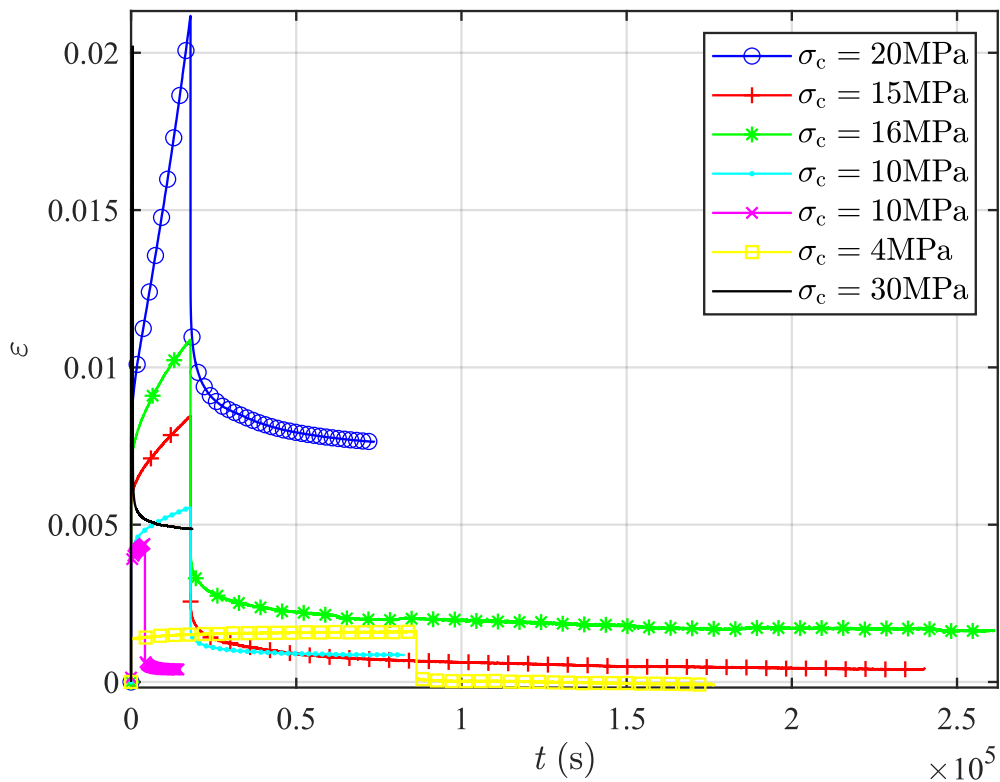
naprężenia. Maksymalne naprężenie wzrastało wraz ze wzrostem prędkości odkształcenia od wartości około  $\sigma_{max} = 16$  MPa dla prędkości  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-7} s^{-1}$  do około  $\sigma_{max} = 47$  MPa dla próby, w której  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-1} s^{-1}$ . Było to wzrostem o ponad 193% pomiędzy najniższą i najwyższą badaną prędkością odkształcenia w prezentowanych wynikach. W większości przypadków maksymalny poziom odkształcenia (do momentu zerwania próbki) wzrastał wraz ze wzrostem prędkości odkształcenia, ale nie dotyczy to wszystkich krzywych i może mieć charakter losowy. Dla najniższej prędkości odkształcenia zerwanie nastąpiło przy poziomie odkształcenia  $\varepsilon_{max} = 0,015$ . Dla próby o prędkości  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-2} s^{-1}$  maksymalna wartość odkształcenia przed zerwanie wyniosła  $\varepsilon_{max} = 0,049$ . Wzrost poziomu naprężenia maksymalnego i odkształcenia maksymalnego oraz zwiększenie kąta pochylenia części quasi-linowej wraz ze wzrostem prędkości odkształcenia świadczy o tym, że materiał wykazuje cechy lepko-sprężyste lub lepko-plastyczne. W materiale występuje istotna wrażliwość na prędkość odkształcenia przy próbie rozciągania.



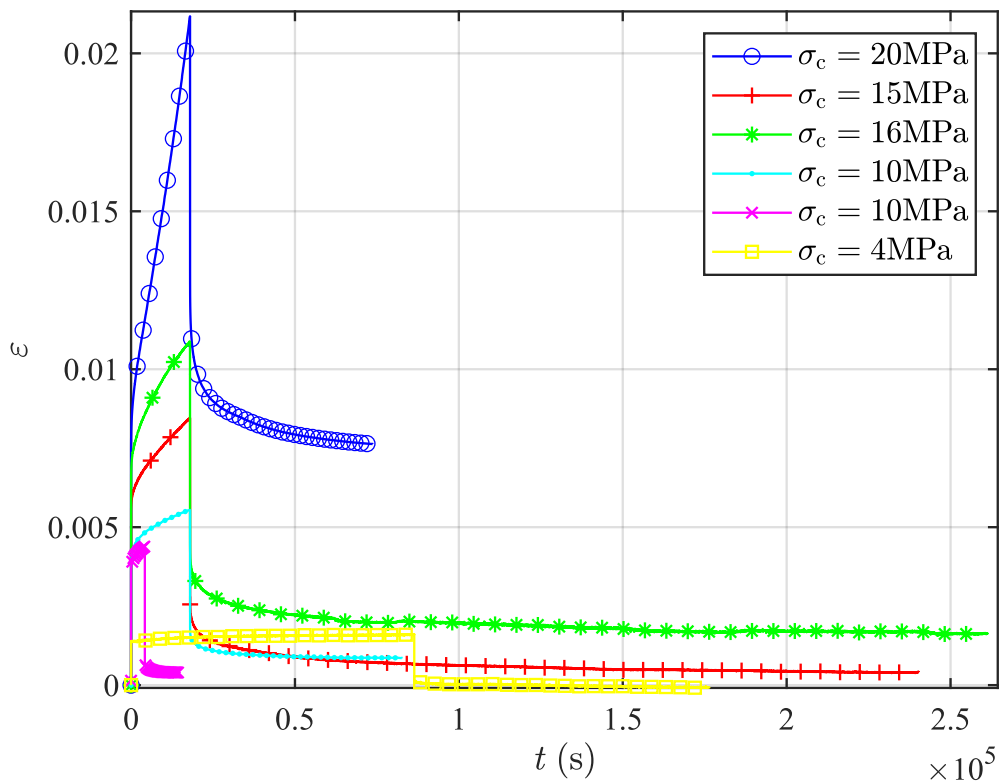
Rys. 29. Wyniki prób monotonicznego rozciągania PLA z różnymi prędkościami odkształcenia.

Na rys. 30 przedstawiono wyniki próby pełzania PLA dla różnych poziomów naprężenia pełzania  $\sigma_c$ . Na wykresach zaobserwować można typowe fragmenty, tj. pełzanie wstępne (*primary creep*), w przypadku którego odkształcenie przyrasta szybko i nieliniowo oraz pełzanie ustalone (*secondary creep, steady-state creep*), gdzie odkształcenie przyrasta wolniej. W przedstawionych wynikach przedstawiona została również próba dla  $\sigma_c = 30$  MPa, w której próbka uległa zerwaniu w trakcie testu przy odkształceniu  $\varepsilon_{max} = 0,020$ . Wyniki bez tej próby zostały dodatkowo przedstawione na rys. 31, 32 i 33 – gdzie pokazano również w przybliżeniu pierwszą część próby (pełzanie wstępne i pełzanie ustalone) oraz wyniki w układzie naprężenie-odkształcenie. Wraz ze wzrostem naprężenia pełzania wzrastała maksymalna wartość odkształcenia w fazie ustalonej, do poziomu  $\varepsilon_{max} = 0,021$  dla próby  $\sigma_c = 20$  MPa. Nachylenie krzywej pełzania w okresie obciążenia próbki również zwiększa się wraz ze

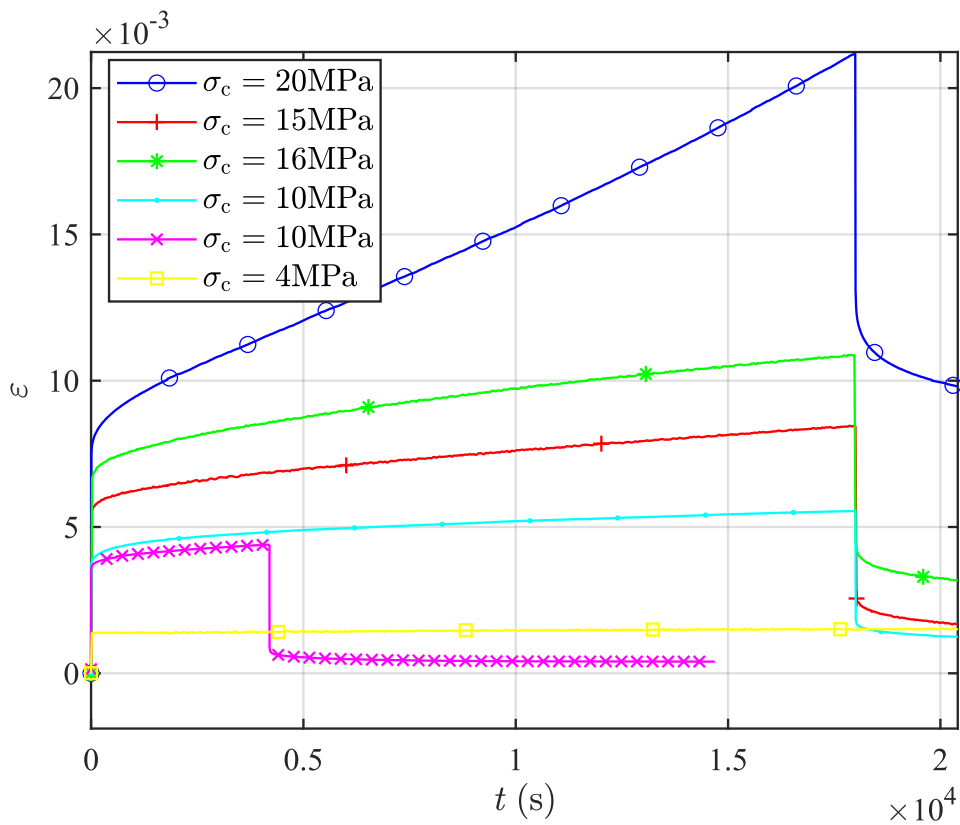
wzrostem naprężenia pełzania. Po okresie obciążania próbki następowало szybkie odciążenie, gdzie kontrolowane naprężenie zmniejszane było do zera. Dla wszystkich prób w tym okresie następował gwałtowny spadek odkształcenia, jednak przebieg spadku odkształcenia różnił się pomiędzy próbkami. W badanym czasie odkształcenie we wszystkich próbkach nie wróciło do wartości początkowej (zerowej). Dla czasu  $t_c = 7 \cdot 10^4$ s (prawie 14,5 godziny od odciążenia) poziom odkształcenia pozostały w próbce dla prób  $\sigma_c = 20$  MPa wynosi  $\varepsilon_r = 0,75$  %. Pozostałe próby o niższym naprężeniu pełzania mają wartość odkształcenia pełzania na poziomie  $\varepsilon_r = 0,0005$ . Dla próby  $\sigma_c = 16$  MPa czas całkowity trwania próby wynosił ponad 70 godzin, w tym czas odciążania przekroczył 60 godzin. Odciążenie zastosowano w celu sprawdzenia, czy po jego zakończeniu oraz po upływie wielokrotności czasu trwania obciążenia poziom odkształcenia powróci do wartości początkowej. Jak można zauważyć, choć naprężenie stopniowo maleje w czasie, to w końcowej fazie próby spadek odkształcenia jest praktycznie niewidoczny. Brak pełnego powrotu odkształcenia do początkowej wartości w próbce pełzania świadczy o tym, że materiał wykazuje cechy plastyczne.



Rys. 30. Wyniki prób pełzania PLA z różnymi poziomami naprężenia.

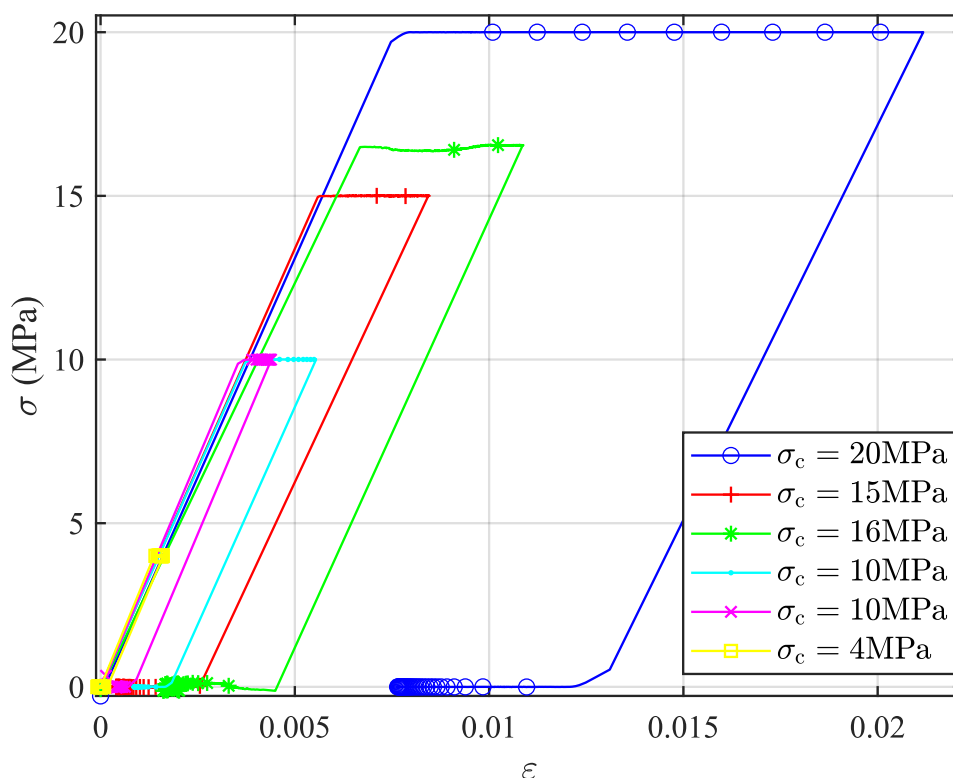


Rys. 31. Wyniki prób pełzania PLA bez poziomu naprężenia  $\sigma_c = 30$  MPa.



Rys. 32. Wyniki prób pełzania PLA w przybliżeniu do części pełzanie wstępnego i ustalonego.

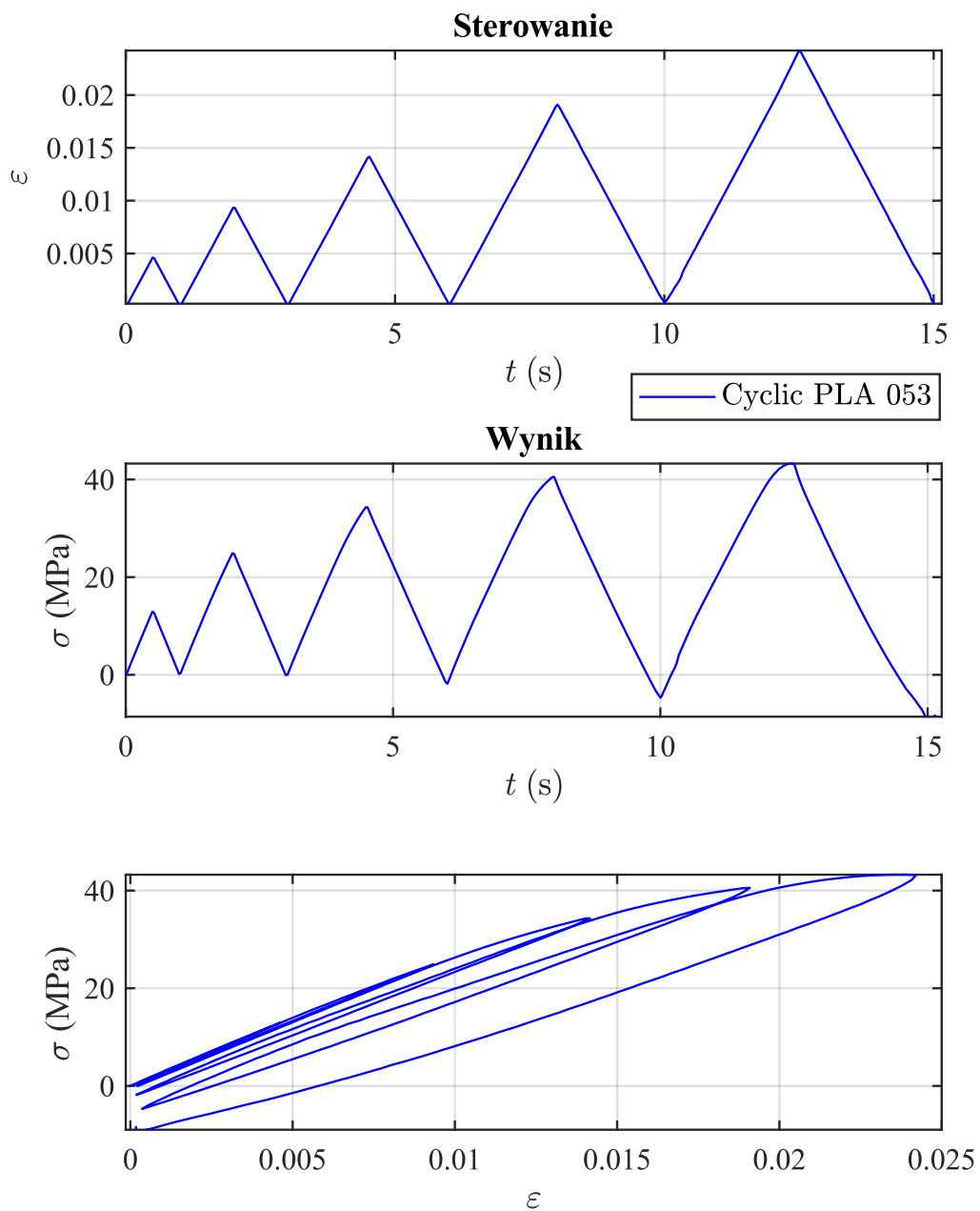




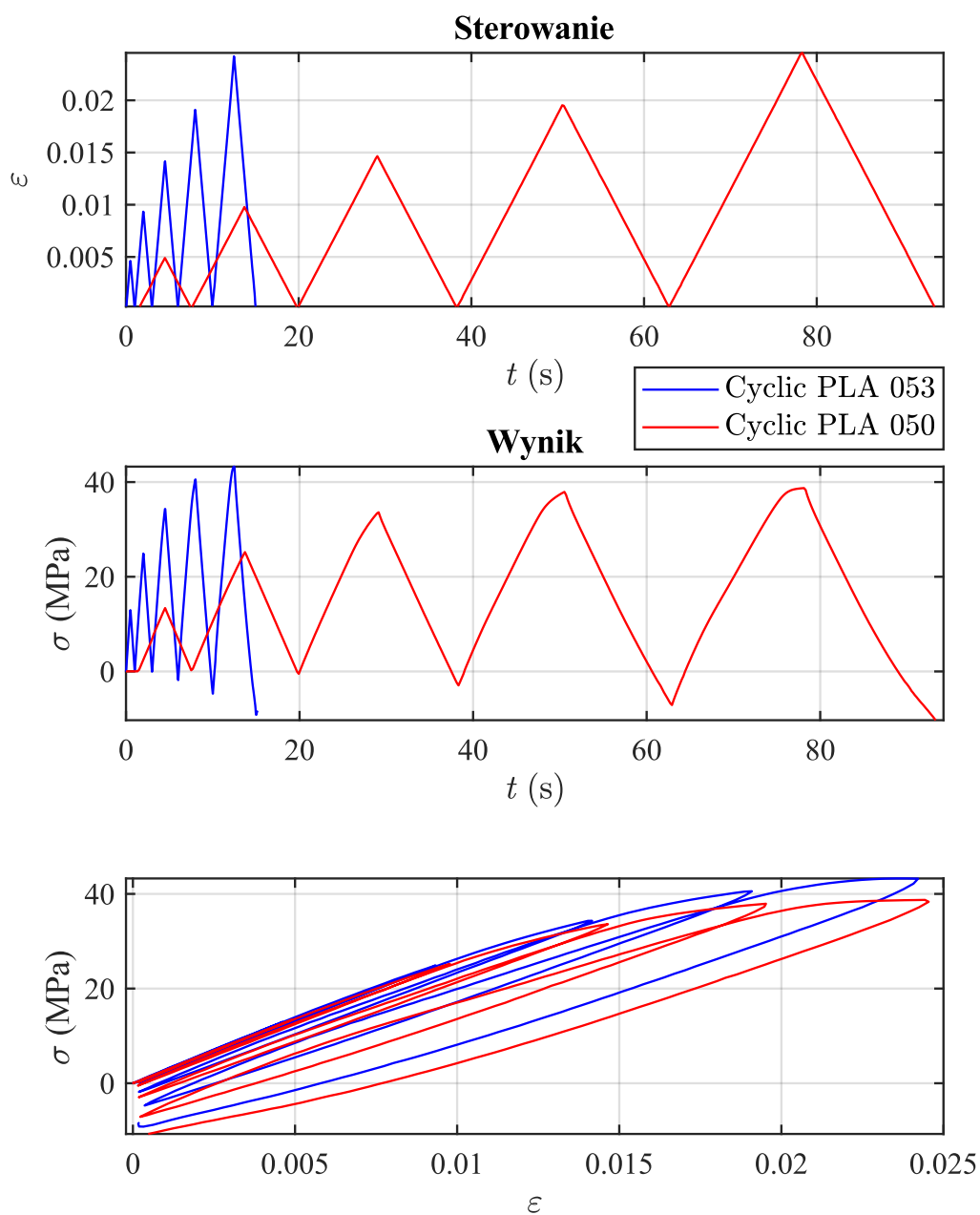
Rys. 33. Wyniki prób pełzania PLA w układzie naprężenie-odkształcenie.

Na rys. 34 i 35 przedstawiono wyniki cyklicznego rozciągania PLA przy narastającym poziomie odkształcenia w kolejnych cyklach. Rys. 35 przedstawia przebieg próby 053 w porównaniu do próby 050. Próba składała się z pięciu cykli, gdzie wartość maksymalna odkształcenia pierwszego cyklu wynosiła  $\varepsilon_1 = 0,005$  i z każdym kolejnym cyklem przyrastała o wartość odkształcenia  $\Delta\varepsilon_n = 0,005$ . Po obciążeniu próbki nastąpiło odciążenie do zerowej wartości odkształcenia. W przypadku próby 053 stała prędkość odkształcenia podczas obciążania i odciążania próbki wynosiła  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-2} s^{-1}$ , a w przypadku próby 050  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-3} s^{-1}$ . W obu przedstawionych próbach w pierwszych dwóch cyklach zmiana naprężenia była zbliżona do liniowej względem zmiany odkształcenia co najlepiej można zauważyć w układzie naprężenie-odkształcenie. W kolejnych cyklach, gdzie poziom odkształcenia przekracza 1% pojawiała się nieliniowa odpowiedź naprężenia, w szczególności widoczna w ostatniej fazie obciążania w danym cyklu. To zachowanie było najbardziej widoczne w ostatnim cyklu. Po za tym, w tych cyklach poziom naprężenia przy zadaniu zerowego odkształcenia przechodził w wartość ujemną (próbka była ściskana). W ostatnim cyklu dla próby 053 wartość naprężenia po zadaniu zerowej wartości odkształcenia wyniosła  $\sigma_{min} = -10$  MPa. Maksymalna wartość naprężenia dla tej próby osiągnięta podczas ostatniego cyklu wyniosła  $\sigma_{max} = 43$  MPa, gdzie różnica pomiędzy poprzednim cyklem miała wartość 3 MPa co stanowi zmianę o 7,5%. Różnica pomiędzy wartościami maksymalnymi w pierwszych dwóch cyklach była równa 12 MPa (zwiększenie wartości maksymalnej o 100% do poziomu 24,7 MPa). W przypadku próby 050, gdzie prędkość zmiany naprężenia była mniejsza, wartości naprężenia maksymalnego w ostatnich trzech cyklach były mniejsze niż dla próby 053. Maksymalne naprężenie w ostatnim cyklu było o ponad 10% większe w przypadku próby 053 niż w tożsamym cyklu próby 050. Nieliniowa zmiana naprężenia przy wyższych poziomach odkształcenia oraz ujemne wartości naprężenia przy przechodzeniu do początkowej

wartości odkształcenia wskazują na zachowanie lepko-sprężyste lub lepko-plastyczne materiału.

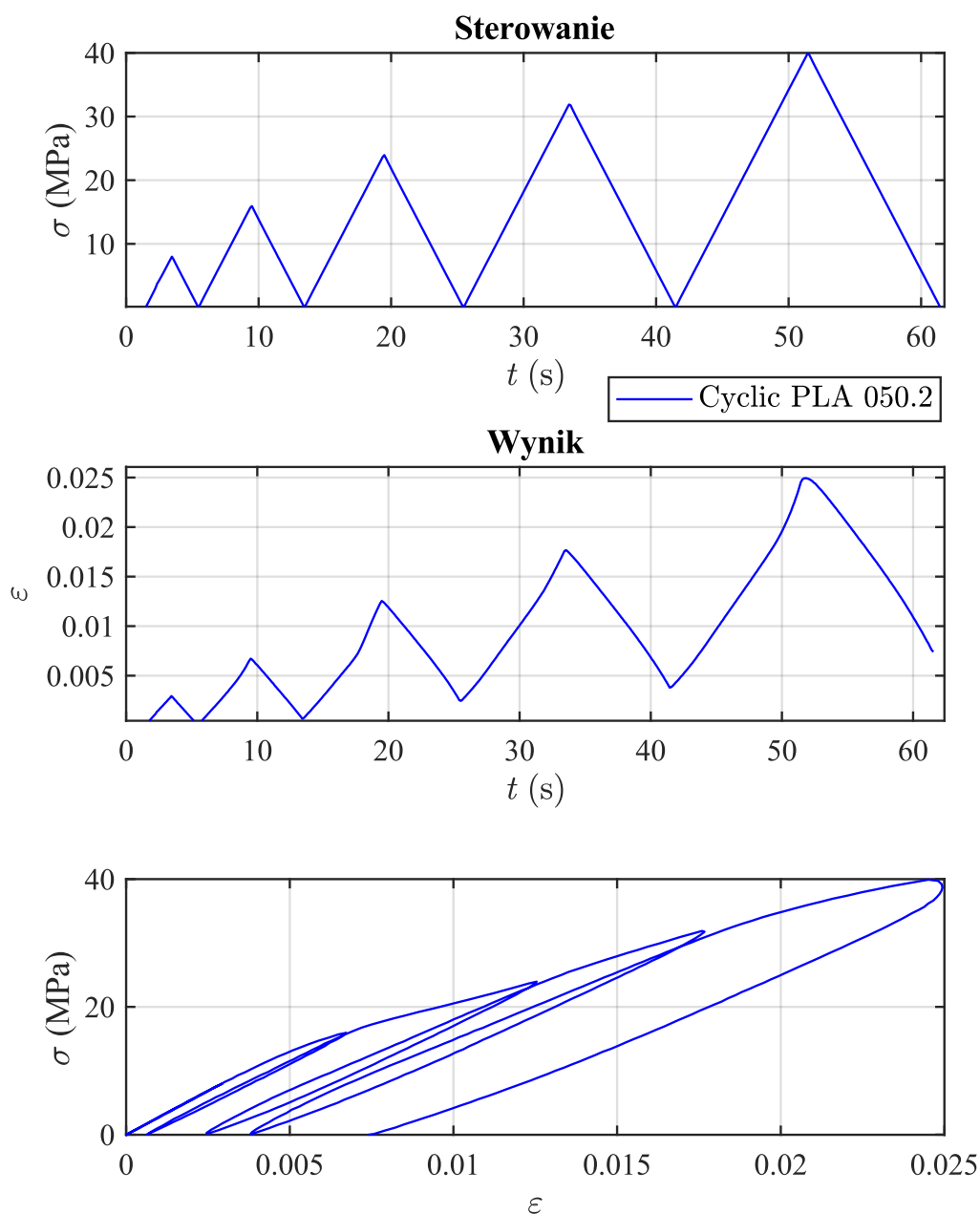


Rys. 34. Wyniki próby cyklicznego rozciągania PLA z narastającym poziomem odkształcenia.



Rys. 35. Wyniki próby cyklicznego rozciągania PLA z narastającym poziomem odkształcenia – porównanie dwóch prób z różnymi prędkościami odkształcenia.

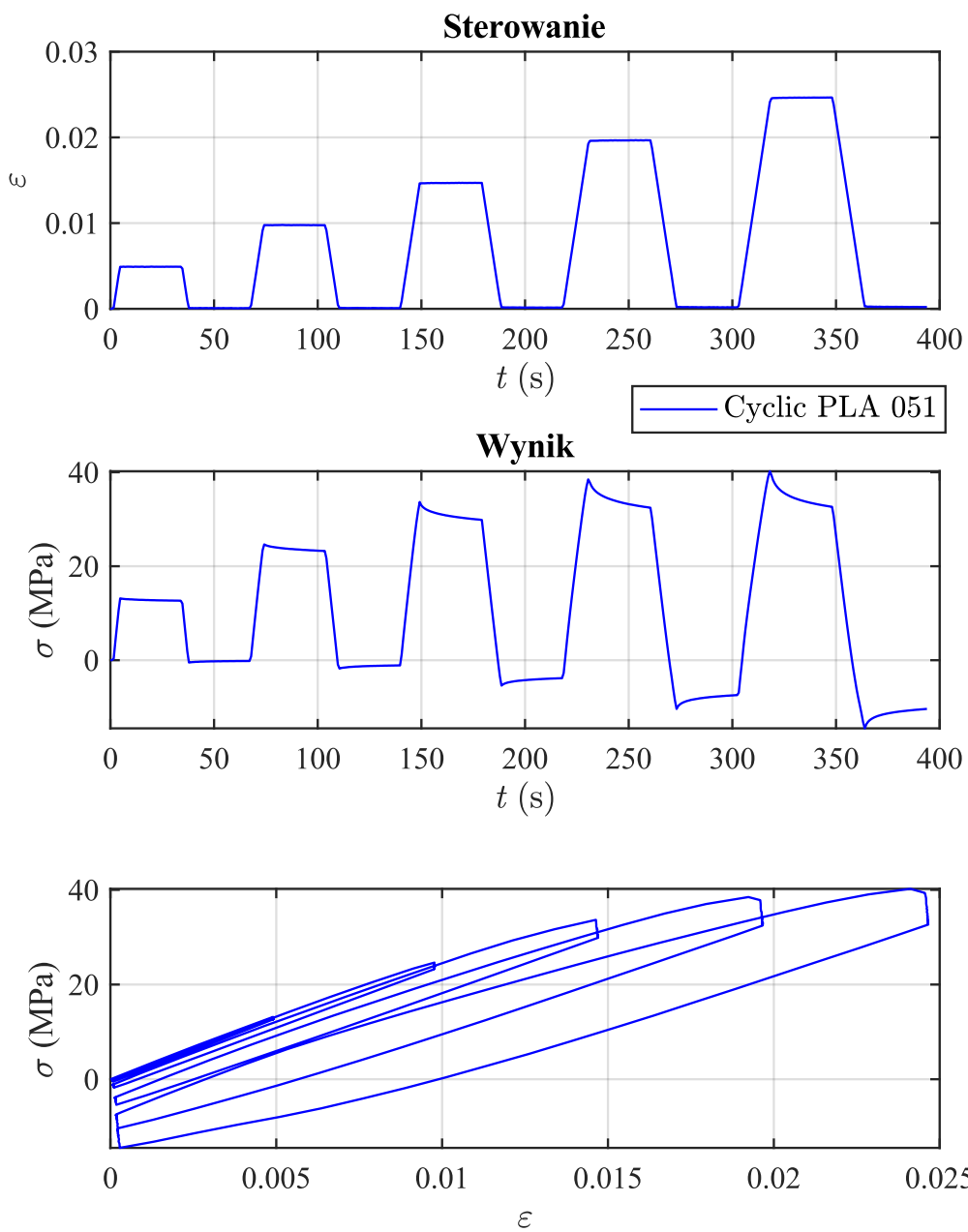
W odróżnieniu od poprzednio prezentowanych wyników innym sposobem kontrolowania próby rozciągania jest zadawanie naprężenia sterującego próbą, który dla PLA został pokazany na rys. 36. Zmiana wartości naprężenia wynosiła  $\frac{d\sigma}{dt} = 4 \text{ MPa}\cdot\text{s}^{-1}$ . Po zakończeniu pierwszego pełnego cyklu odkształcenie wróciło do wartości początkowej. W kolejnych cyklach powrót nie był całkowity i wraz z kolejnymi cyklami poziom pozostałego odkształcenia zwiększał się.



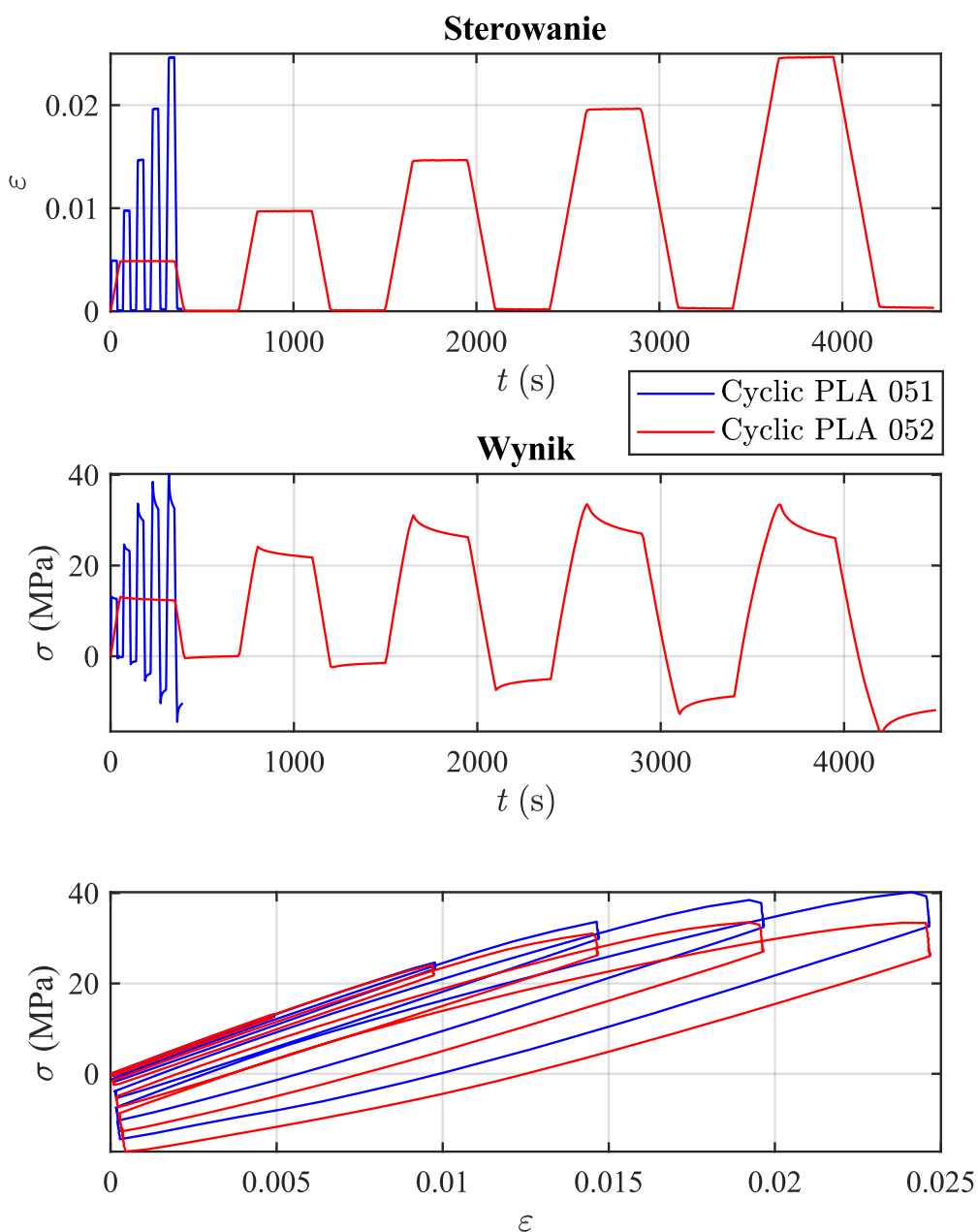
Rys. 36. Wynik próby cyklicznego rozciągania PLA przy kontrolowaniu naprężenia podczas próby.

Na rys. 37 i 38 zaprezentowano wyniki cyklicznego rozciągania PLA, podczas którego odkształcenie stopniowo narastało, a pomiędzy cyklami było utrzymywane na stałym poziomie. Dla lepszego zilustrowania wyników, przebieg próby 051 został pokazany oddzielnie oraz zestawiony z wynikami próby 052. Obie próby obejmowały pięć cykli. Prędkość odkształcenia podczas obciążania i odciążania próbki 051 wyniosła  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ , a czas utrzymywania naprężenia pomiędzy cyklami był równy  $t_r = 30 \text{ s}$ . Dla próbki 052 było to odpowiednio  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  i  $t_r = 300 \text{ s}$ . W przypadku próbki 051 we wszystkich cyklach, poza pierwszym, widoczny był spadek wartości naprężenia w trakcie utrzymywania stałego poziomu odkształcenia. W szczególności, w przypadku ostatniego cyklu, poziom naprężenia zmniejszył

się o 7 MPa (zmiana o 17,5%), z poziomu  $\sigma_{max} = 40$  MPa do poziomu  $\sigma_r = 33$  MPa. We wszystkich cyklach poza pierwszym można zauważyć, że w ostatniej fazie cyklu przy zerowym wartości odkształcenia, które było wielkością kontrolowaną, poziom naprężenia był ujemny, ale w trakcie utrzymywania odkształcenia na zadanym poziomie naprężenie rosło (zbliżało się do zera z wartości ujemnej), lecz wartość bezwzględna zmiany tego naprężenia była wyraźnie mniejsza niż wartość bezwzględna zmiany naprężenia w tożsamym cyklu przy utrzymywaniu niezerowego naprężenia. Wartość zmiany naprężenia w tych częściach była nieliniowa – w początkowej fazie zmiana była większa niż w fazie końcowej. Próba 052 wykazywała podobne zachowanie jak próba 051, z tą różnicą, że maksymalne naprężenie dla poszczególnych poziomów odkształcenia było niższe, natomiast minimalne naprężenie (przy zerowym odkształceniu) w kolejnych cyklach było niższe niż w próbie 051. Nieliniowa zmiana naprężenia podczas obciążania oraz występujące ściskanie po zadaniu początkowego odkształcenia świadczy o zachowaniu lepko-sprężystym lub lepko-plastycznym materiału.



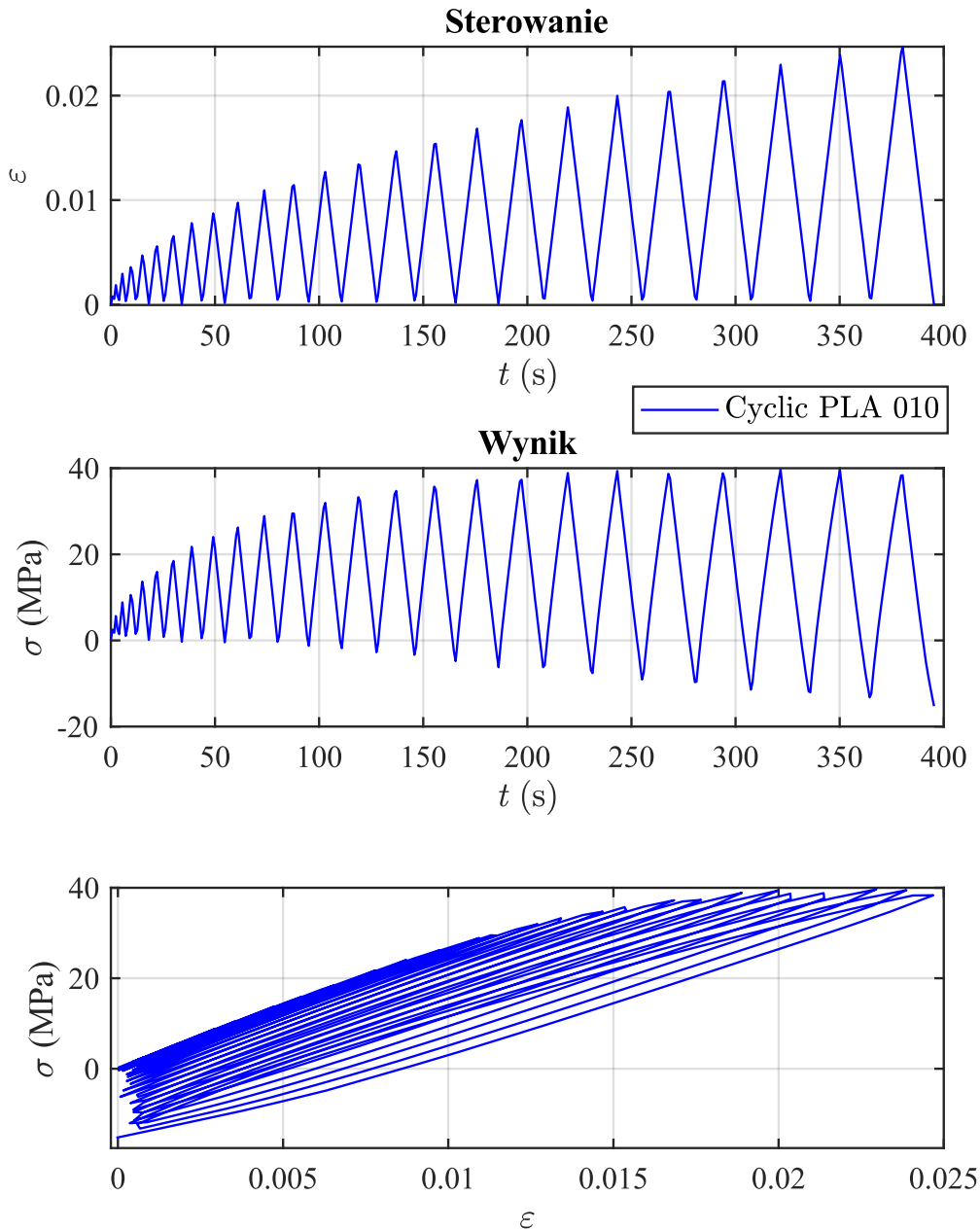
Rys. 37. Wyniki próby cyklicznego rozciągania PLA z narastającym poziomem odkształcenia oraz utrzymywaniem stałego odkształcenia pomiędzy cyklami.



Rys. 38. Wyniki próby cyklicznego rozciągania PLA z narastającym poziomem odkształcenia oraz utrzymywaniem stałego odkształcenia pomiędzy cyklami – porównanie dwóch prób z różnymi prędkościami odkształcenia i czasu relaksacji pomiędzy cyklami.

Na rys. 39 przedstawiono wyniki testu cyklicznego kontrolowanego przez odkształcenie, w którym prędkość zmiany odkształcenia utrzymywano na stałym poziomie  $\frac{d\epsilon}{dt} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ . Wzrost maksymalnego odkształcenia między cyklami był nieliniowy, a w ostatnim cyklu osiągnął wartość  $\epsilon_{max} = 0,025$ . Test obejmował dwadzieścia cztery cykle. Wraz z kolejnymi cyklami zaobserwowano, że naprężenie w końcowej fazie cyklu przechodziło w wartości ujemne (próbka podlegała ścisnaniu), a minimalna wartość naprężenia na zakończenie ostatniego cyklu wyniosła  $\sigma_{min} = -15 \text{ MPa}$ . W ostatnim cyklu po osiągnięciu

maksymalnego odkształcenia, zauważono nieznaczny spadek naprężenia w porównaniu do poprzedniego cyklu, co może wskazywać na cykliczne osłabienie próbki.

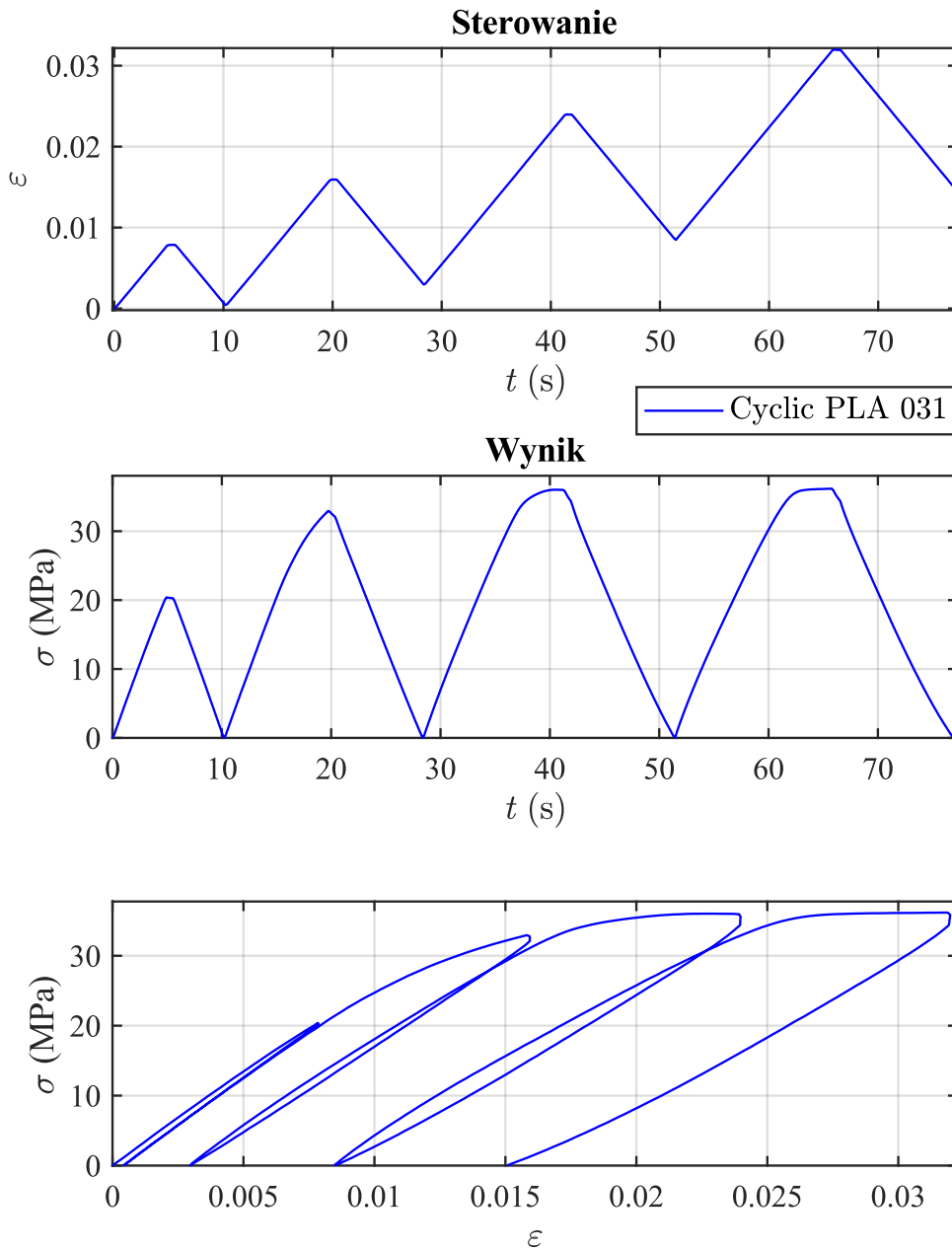


Rys. 39. Wyniki próby cyklicznego rozciągania PLA sterowane odkształceniem – dwadzieścia cztery cykle.

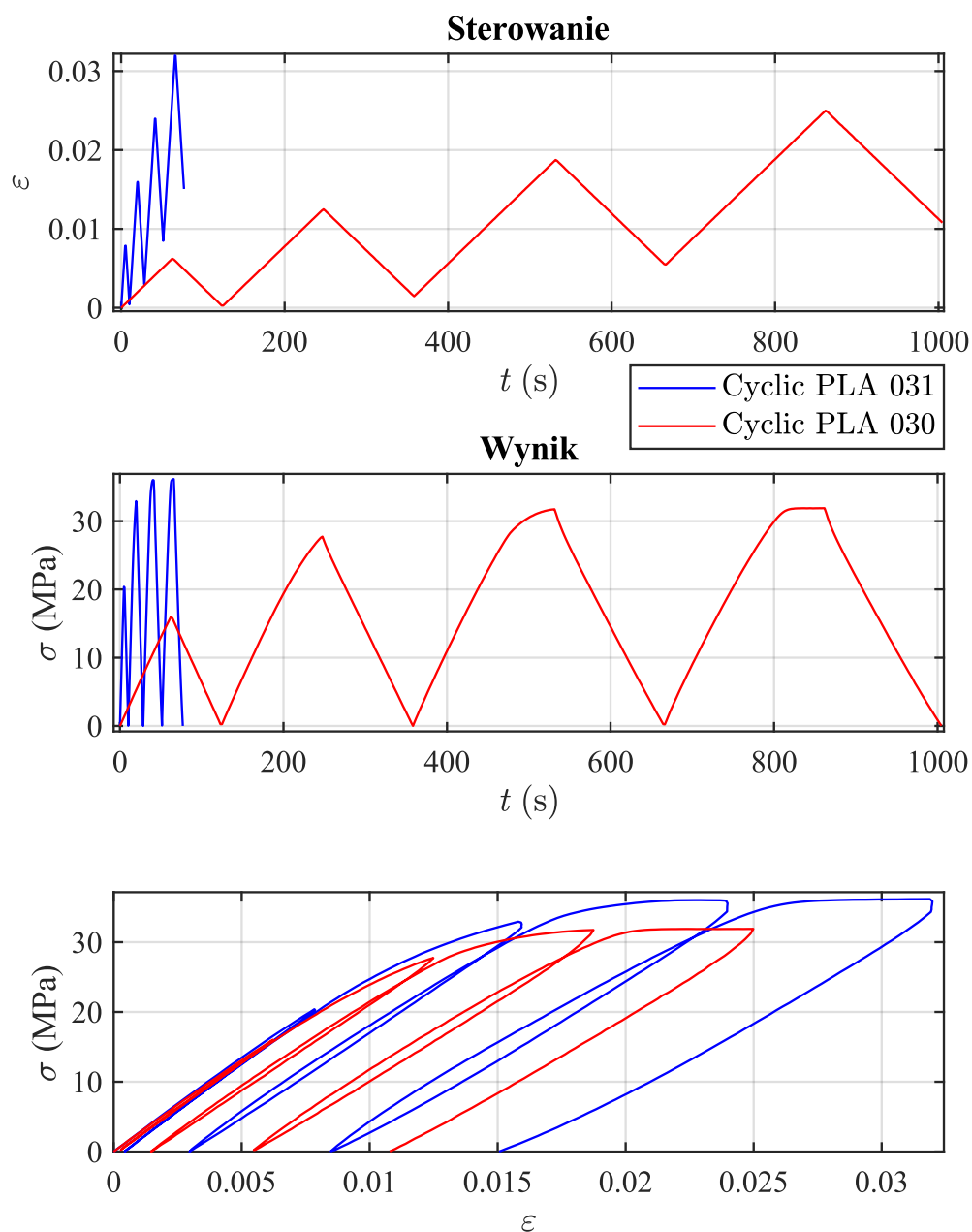
Na rys. 40 i rys. 41 przedstawiono wyniki testów rozciągania próbek 031 i 030. W obu przypadkach odkształcenie było kontrolowane przy stałej prędkości  $-\frac{d\epsilon}{dt} = 1,6 \cdot 10^{-3} s^{-1}$  dla próby 031 i  $-\frac{d\epsilon}{dt} = 10^{-4} s^{-1}$  dla próby 030. Faza odciążania, również kontrolowana przez odkształcenie, trwała do momentu, gdy naprężenie osiągnęło zero, co zapobiegało ścisaniu próbki. Po tej fazie natychmiast rozpoczynał się kolejny cykl. Podobnie jak w przypadku prób sterowanych naprężeniem, pomiędzy cyklami obserwowano wzrost odkształcenia, które nie



wróciło do wartości początkowej. W końcowej fazie testu, odkształcenie pozostałe wynosiło 031 wynosiło  $\varepsilon_{min} = 0,015 \%$  a w próbce 030 wynosiło  $\varepsilon_{min} = 0,011$ .



Rys. 40. Wyniki próby cyklicznego rozciągania PLA sterowane odkształceniem i naprężeniem – próba bez ściskania.



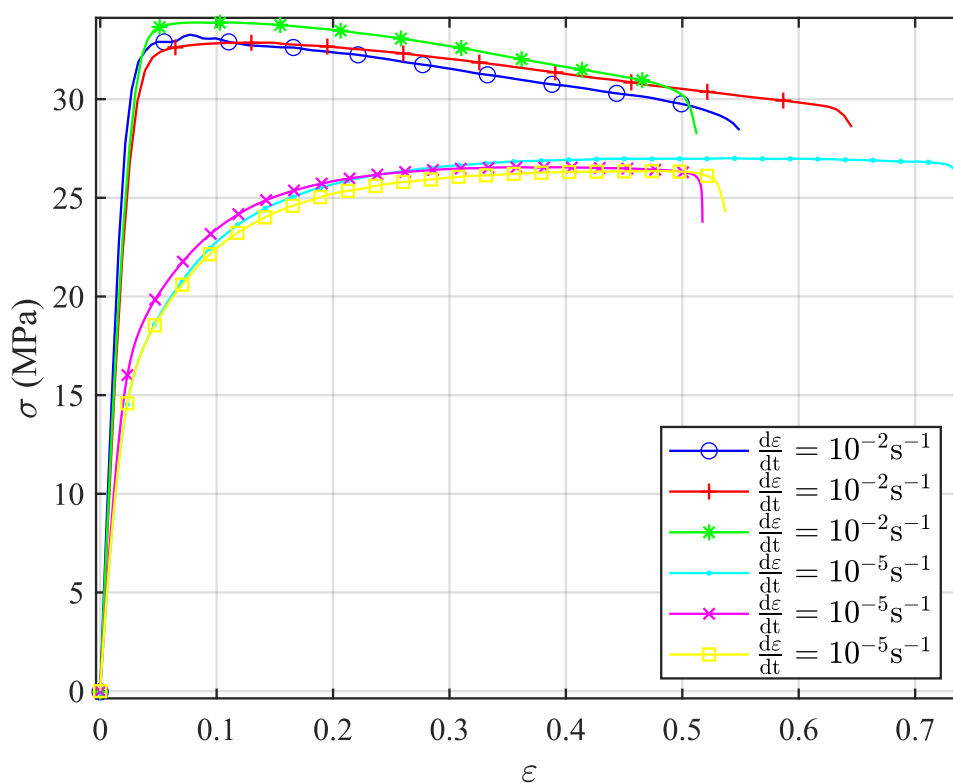
Rys. 41. Wyniki próby cyklicznego rozciągania PLA sterowane odkształceniem i naprężeniem – próba bez ściskania przy porównaniu różnych prędkości odkształcenia.

Na podstawie przeprowadzonych badań stwierdzono, że materiał charakteryzuje się zarówno właściwościami lepko-sprężystymi, jak i lepko-plastycznymi. Ponadto wykazuje znaczną wrażliwość na prędkość odkształcenia, co ma istotny wpływ na jego zachowanie podczas prób rozciągania.

### 5.1.2. PA12

Na rys. 42 przedstawiono wyniki próby monotonicznego rozciągania PA12 – po trzy wyniki testów dla każdej z prędkości odkształcenia które wynosiły  $\frac{d\epsilon}{dt} = 10^{-2} s^{-1}$  i  $\frac{d\epsilon}{dt} =$

$10^{-5} s^{-1}$ . W tabeli 12 zostały zbiorczo przedstawione wyniki wartości maksymalną, minimalną, średnią i odchylenie standardowe naprężenia i odkształcenia dla obu prezentowanych prędkości. Większość przeprowadzonych prób rozciągania była powtarzana w identycznych warunkach obciążenia na innych próbkach, aby sprawdzić powtarzalność wyników eksperymentalnych. Podobnie jak w przypadku materiału PLA, dla uproszczenia analizy i ze względu na wysoką powtarzalność, w dalszej części prezentacji wyników ograniczono się do jednej, reprezentatywnej próby. Zrezygnowano z bardziej zaawansowanej analizy statystycznej, ponieważ w kontekście celu badania – oceny możliwości modelowania konstytutywnego – uznano, że nie jest to konieczne. Powtarzalność wyników była na tyle wysoka, że nie było potrzeby stosowania dodatkowych obliczeń statystycznych, aby zachować wiarygodność wniosków.



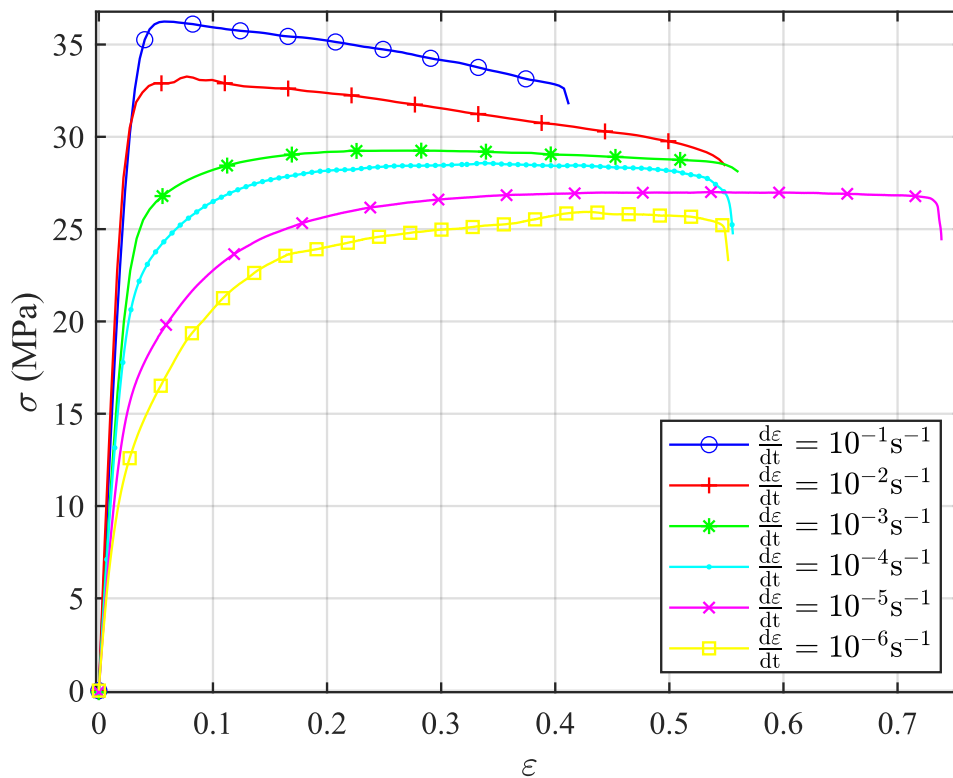
Rys. 42. Wyniki prób monotonicznego rozciągania PA12 dla prędkości odkształcenia  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-5} s^{-1}$  i  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-2} s^{-1}$ .

Tabela 13. Wyniki maksymalnych wartości naprężenia i odkształcenia dla próby monotonicznego rozciągania PA12 z prędkością odkształcenia  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-5} s^{-1}$  i  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-2} s^{-1}$ .

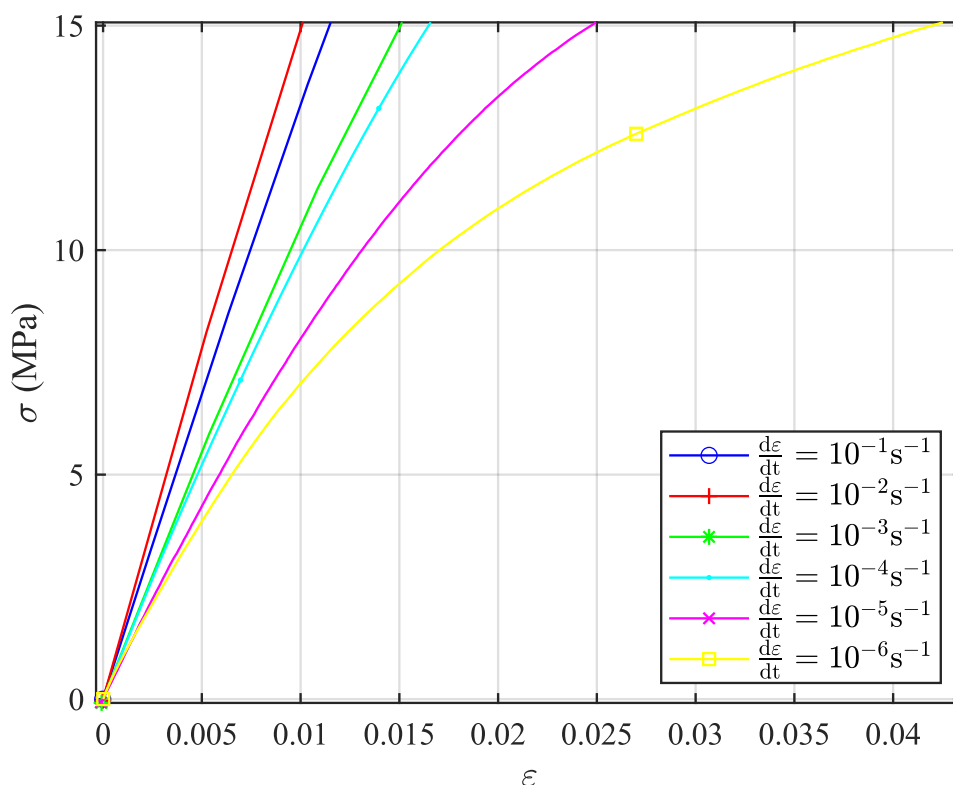
	Prędkość odkształcenia $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-5} s^{-1}$	Prędkość odkształcenia $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-2} s^{-1}$
Minimalna wartość naprężenia maksymalnego $\sigma_{max}$ (MPa)	26,4	32,9
Maksymalna wartość naprężenia maksymalnego $\sigma_{max}$ (MPa)	27,0	33,9
Wartość średnia naprężenia maksymalnego $\sigma_{max}$ (MPa)	26,6	33,3
Odchylenie standardowe naprężenia maksymalnego $\sigma_{max}$ (MPa)	0,3	0,5
Minimalna wartość odkształcenia maksymalnego $\varepsilon_{max}$	0,517	0,512
Maksymalna wartość odkształcenia maksymalnego $\varepsilon_{max}$	0,739	0,646
Wartość średnia odkształcenia maksymalnego $\varepsilon_{max}$	0,598	0,569
Odchylenie standardowe odkształcenia maksymalnego $\varepsilon_{max}$	0,122	0,069

Wyniki monotonicznego rozciągania dla PA12 zostały przedstawione na rys. 43. Podobnie jak w przypadku PLA, dla każdej z prób, w pierwszej fazie rozciągania można zauważyć, że wykres jest zbliżony do linii prostej co zostało pokazane w powiększeniu na rys. 44. We wszystkich próbach zaobserwowano zmianę krzywej z quasi-liniowej do nieliniowej wraz ze wzrostem poziomu obciążenia. Kąt nachylenia części quasi-liniowej zwiększa się wraz ze wzrostem prędkości odkształcenia. Maksymalne naprężenie wzrastało wraz ze wzrostem prędkości odkształcenia od wartości około  $\sigma_{max} = 25,9$  MPa dla prędkości  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-6} s^{-1}$  do około  $\sigma_{max} = 36,2$  MPa dla próby, w której  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-1} s^{-1}$  co stanowi wzrost prawie o 40%.

Wraz ze wzrostem prędkości odkształcenia można zauważyć spadek poziomu odkształcenia maksymalnego, ale ta zależność nie dotyczy wszystkich prób i ma raczej charakter losowy. Dla prędkości odkształcenia  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-5} s^{-1}$  zerwanie następowało przy poziomie odkształcenia  $\varepsilon_{max} = 0,739$ . Dla najwyższej z prezentowanych prędkości  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-1} s^{-1}$  maksymalna wartość odkształcenia przed zerwaniem wynosi  $\varepsilon_{max} = 0,412$ . Spadek maksymalnego odkształcenia pomiędzy tymi próbami wynosił ponad 44%. Zauważalna jest też zmiana charakteru krzywych związana ze zmianą prędkości realizacji badania. W przypadku trzech najniższych prędkości, po fazie quasi-liniowej, następował nieliniowy przyrost naprężenia (umocnienie), a w dalszej kolejności wartość naprężenia była w przybliżeniu stała. Natomiast na dwóch najwyższych poziomach prędkości odkształcenia załamanie fragmentu quasi-liniowego następowało znacznie szybciej, po czym obserwowano spadek naprężenia (osłabienie). Zauważalny wpływ prędkości odkształcenia na badany materiał świadczy o jego zachowaniu lepko-sprężystym lub lepko-plastycznym.

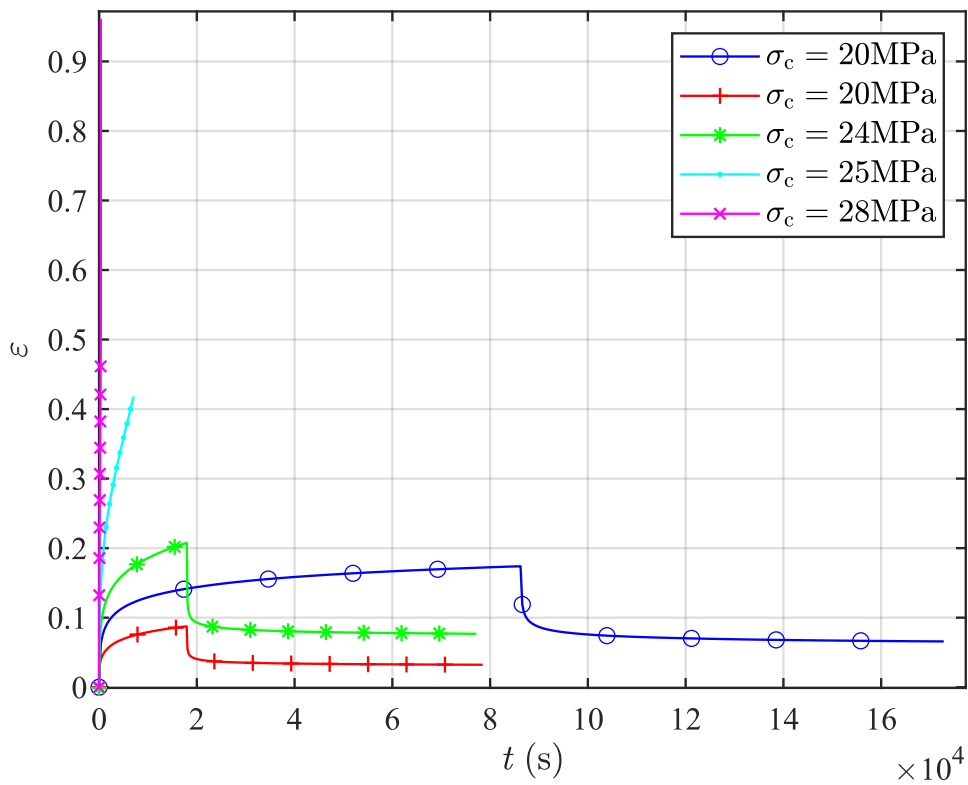


Rys. 43. Wyniki prób monotonicznego rozciągania PA12 z różnymi prędkościami odkształcenia.

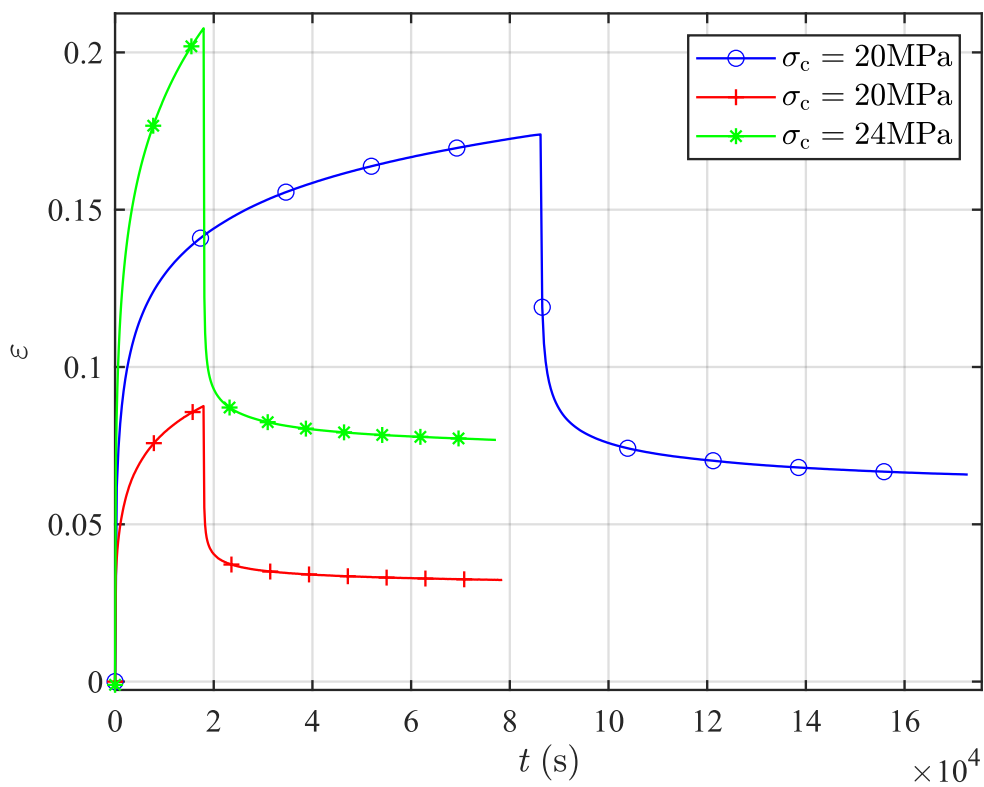


Rys. 44. Początkowy przebieg wyników prób rozciągania PA12 z różnymi prędkościami odkształcenia.

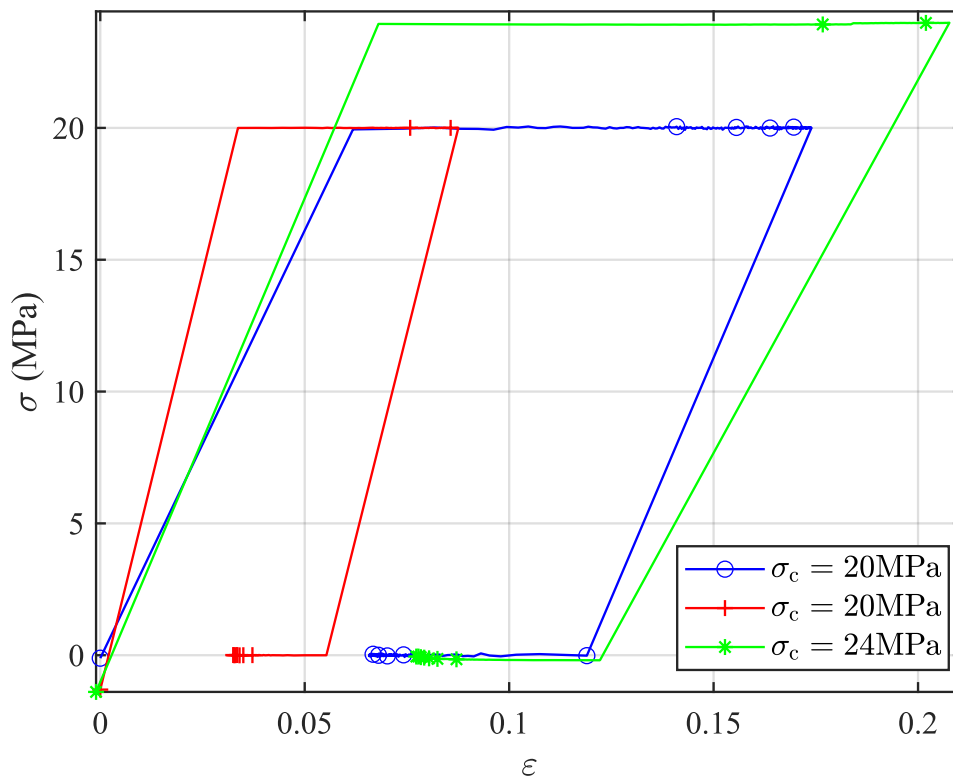
Na rys. 45 przedstawiono wyniki prób pełzania PA12 dla różnych poziomów naprężenia pełzania  $\sigma_c$  uwzględniające wyniki z prób gdzie  $\sigma_c = 25$  MPa i  $\sigma_c = 28$  MPa, które zakończyły się zerwaniem próbki przed wykonaniem pełnej części zaplanowanego eksperymentu. Rys. 46 i rys. 47 prezentuje wyniki pełzania PA12 z pominięciem tych prób, ujmując wyniki zmiany odkształcenia w porównaniu do zmiany kontrolowanego naprężenia i czasu. Wraz ze wzrostem naprężenia pełzania wzrasta maksymalna wartość odkształcenia do poziomu  $\epsilon_{max} = 0,205$  dla próby  $\sigma_c = 24$  MPa. Wraz ze wzrostem naprężenia pełzania, nachylenie krzywej w fazie pełzania ustalonego staje się bardziej strome. Po zakończeniu fazy obciążania, naprężenie było zmniejszane do wartości początkowej. We wszystkich próbach zaobserwowano gwałtowny spadek odkształcenia w tym okresie, jednak jego zakres różnił się pomiędzy próbami. W żadnej z prób, w badanym czasie, odkształcenie nie wróciło do wartości początkowej (zerowej). Dla czasu  $t_c = 1,7 \cdot 10^4$ s, gdzie czas odciążania wynosił ponad 24 godziny, odkształcenie pozostałe w próbce przy naprężeniu  $\sigma_c = 20$  MPa wynosiło  $\epsilon_r = 0,66$ . W przypadku próby przy naprężeniu  $\sigma_c = 24$  MPa, po 16 godzinach odciążania, odkształcenie wynosiło  $\epsilon_r = 0,77$ . Brak całkowitego powrotu odkształcenia do wartości początkowej po zakończeniu próby pełzania wskazuje, że materiał charakteryzuje się zachowaniem plastycznym.



Rys. 45. Wyniki prób pełzania PA12 z różnymi poziomami naprężenia z uwzględnieniem prób  $\sigma_c = 25 \text{ MPa}$  oraz  $\sigma_c = 28 \text{ MPa}$ .



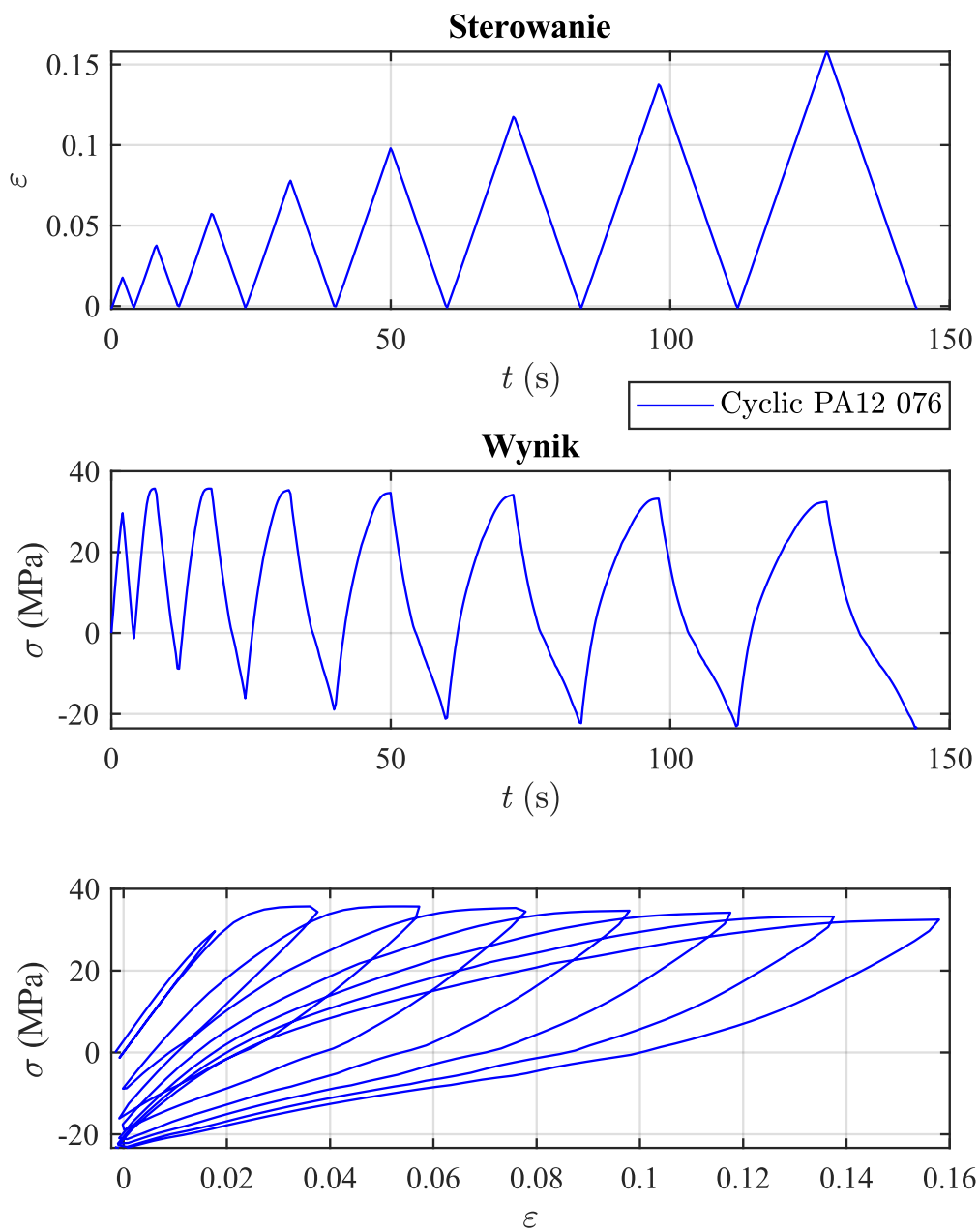
Rys. 46. Wyniki prób pełzania PA12 z różnymi poziomami naprężenia.



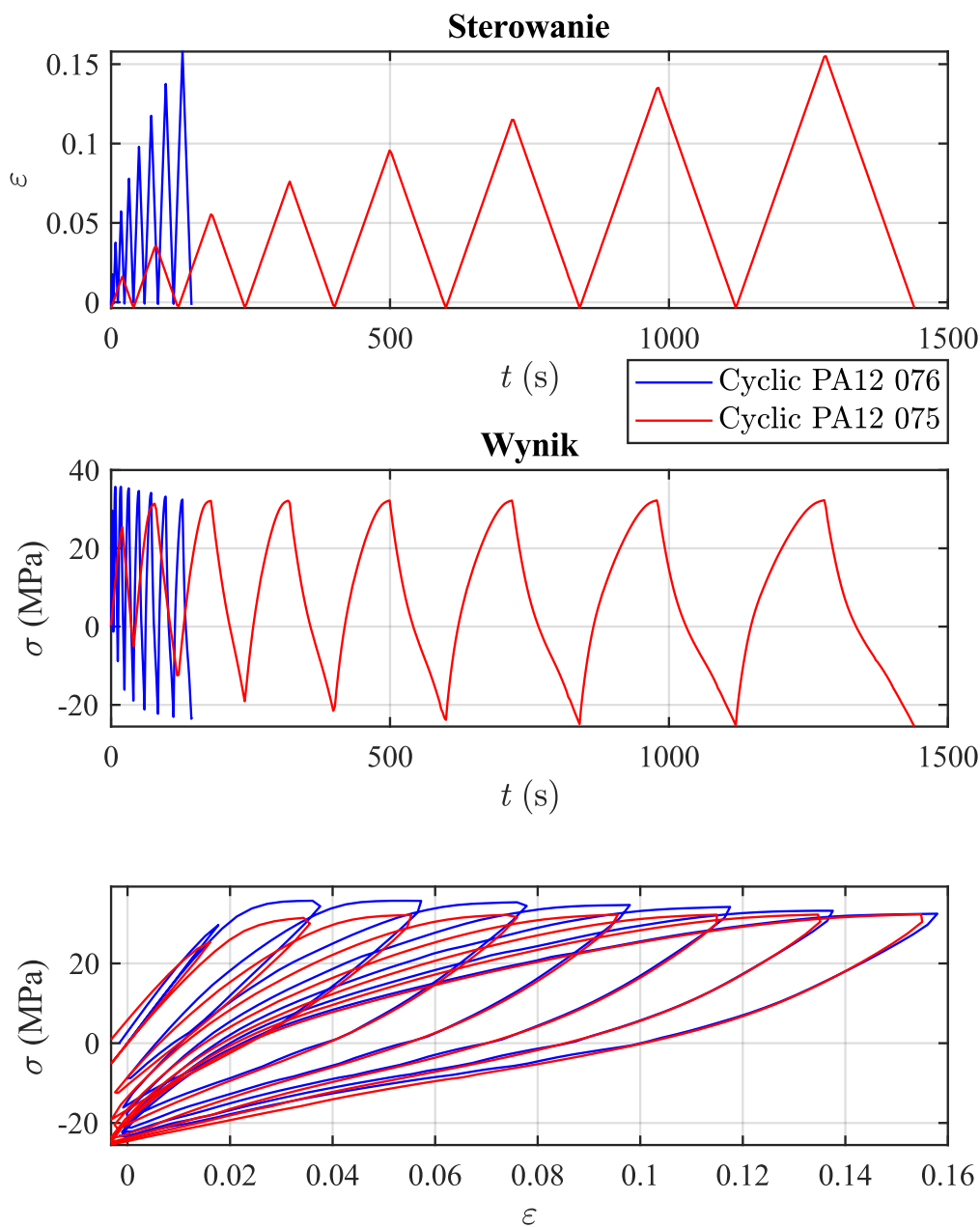
Rys. 47. Wyniki prób pełzania PA12 z różnymi poziomami naprężenia w ujęciu naprężenie-odkształcenie.

Na rys. 48 i 49 przedstawiono wyniki próby cyklicznego rozciągania PA12 przy narastającym poziomie odkształcenia w kolejnych cyklach. Rys. 49 przedstawia dane próby 076 w porównaniu do próby 075. Obie próby składały się z ośmiu cykli, gdzie wartości maksymalne poszczególnych cykli były takie same i wynosiły dla pierwszego cyklu  $\varepsilon_1 = 0,019$ . Wartość odkształcenia w każdym kolejnym cyklu zwiększała się o  $\Delta\varepsilon_n = 0,019$ . Prędkość odkształcenia wynosiła dla próby 076  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-2} s^{-1}$ , a dla próby 075  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-3} s^{-1}$ . Po obciążeniu próbki następowało odciążenie do początkowej wartości zadawanego odkształcenia. W obu próbach, w pierwszym cyklu, zmiana naprężenia była zbliżona do liniowej w stosunku do zmiany odkształcenia. W kolejnych cyklach, gdzie poziom odkształcenia maksymalnego był równy lub większy od  $\varepsilon_{max} = 0,038$  pojawiała się nieliniowa odpowiedź naprężenia, szczególnie wyraźnie widoczna w ostatniej fazie obciążania w danym cyklu. Zachowanie to było najbardziej widoczne w ostatnim naprężeniu przy zerowej wartości odkształcenia przechodziło w wartość ujemną (próbka była ściskana). W ostatnim cyklu dla próby 076, po zadaniu zerowej wartości odkształcenia, minimalne naprężenie wyniosło  $\sigma_{min} = -22$  MPa. Maksymalne naprężenie dla tej próby zostało osiągnięte podczas drugiego cyklu i wynosiło  $\sigma_{max} = 36$  MPa. Różnica między drugim a ostatnim cyklem w maksymalnej wartości naprężenia wynosiła  $\sigma = -3$  MPa, co stanowiło spadek o 9%. W przypadku próby 075, gdzie prędkość zmiany naprężenia była mniejsza, maksymalne wartości naprężenia w każdym cyklu, poza pierwszym, były zbliżone do wartości naprężenia w ostatnim cyklu próby 076. Nieliniowa odpowiedź naprężeniowa podczas obciążania oraz pojawiające się ściskanie po zadaniu początkowego odkształcenia na końcach cykli sugerują, że materiał wykazuje właściwości lepko-sprężyste lub lepko-plastyczne.





Rys. 48. Wyniki próby cyklicznego rozciągania PA12 z narastającym poziomem odkształcenia.



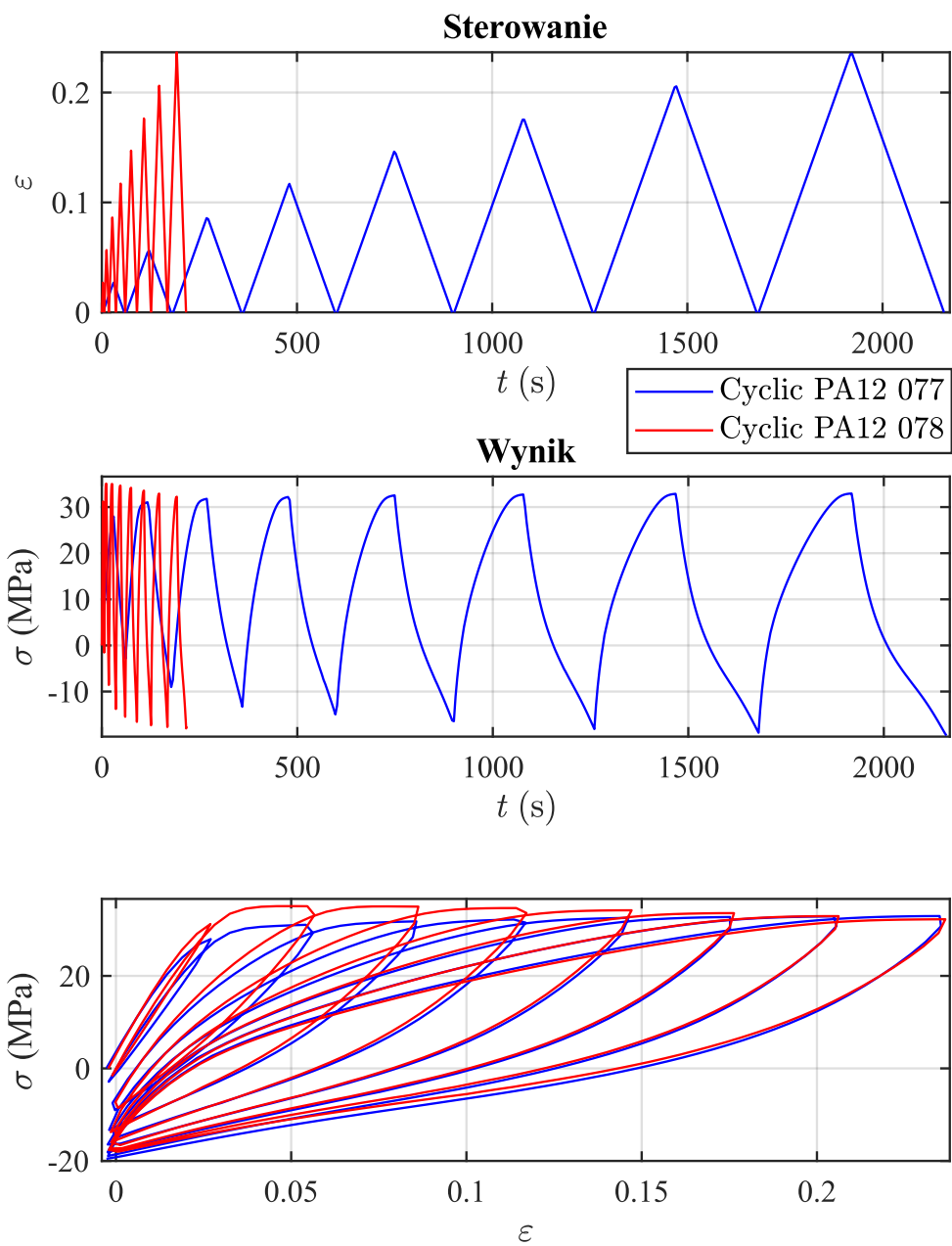
Rys. 49. Wyniki próby cyklicznego rozciągania PA12 z narastającym poziomem odkształcenia – porównanie dwóch prób z różnymi prędkościami odkształcenia.

Na rys. 50 przedstawiono kolejne wyniki prób rozciągania cyklicznego PA12, w których poziom maksymalnego odkształcenia narastał wraz z kolejnymi cyklami. Podobnie jak w przypadku prób 076 i 075, zestawiono dwie próby o różnych prędkościach, jednak maksymalne zadane odkształcenie w tych próbach było wyższe i wynosiło  $\epsilon_{max} = 0,237$ . W porównaniu do wcześniej opisanych prób, wraz ze wzrostem poziomu odkształcenia można zauważyć większą nieliniowość zmiany naprężenia w fazach obciążania i odciążania poszczególnych cykli. Dodatkowo na rys. 51 zaprezentowano dwie kolejne próby o takim samym charakterze obciążenia jak wcześniej pokazane próby cykliczne. Przedstawione próby umożliwiają porównanie wyników przy różnych poziomach maksymalnych odkształceń i tej samej

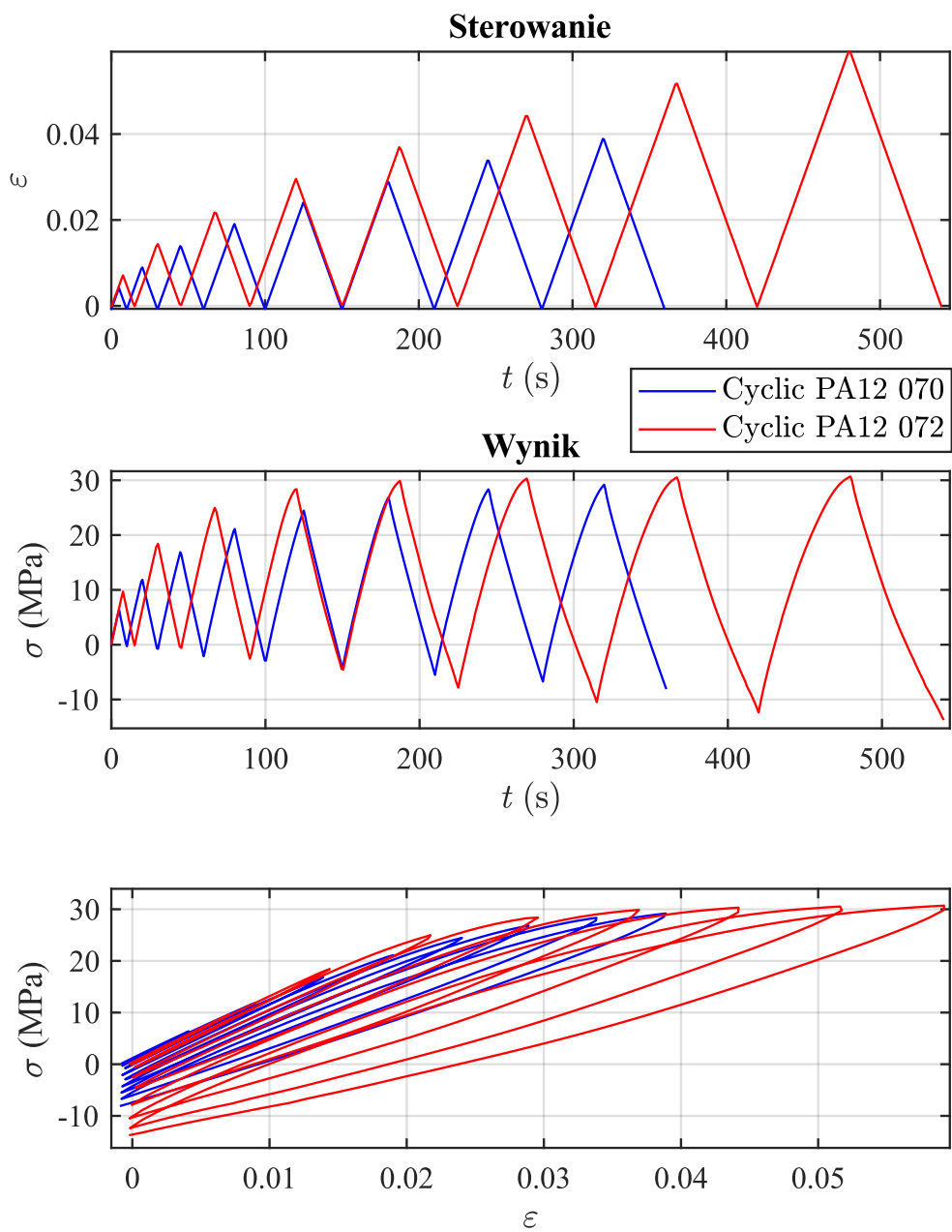
zadawanej prędkości odkształcenia. Próba 072, której zadano wyższe poziomy odkształcenia maksymalnego niż próbie 070 w końcowych cyklach osiąga nieznacznie wyższe poziomy naprężenia. Przy różnicy odkształcenia pomiędzy cyklami wynoszącej  $\Delta\varepsilon_n = 0,021$  (co stanowi wzrost o 34%), naprężenie maksymalne jest większe o  $\Delta\sigma_n = 1,5$  MPa (wzrost o 5%).

Wyniki cyklicznych prób rozciągania PA12, w których pomiędzy cyklami obciążenia i odciążenia utrzymywano stały poziom naprężenia, a maksymalne odkształcenie w każdym kolejnym cyklu było zwiększane, przedstawiono na rys. 52 i 53. Aby lepiej zobrazować wyniki, próbę 080 zaprezentowano na osobnym rysunku oraz w zestawieniu z próbą 082. Obie próby składają się z dziewięciu cykli. Prędkość odkształcenia podczas obciążania i odciążania dla próby 080 wynosi  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ , a czas utrzymywania naprężenia pomiędzy cyklami wynosi  $t_r = 30 \text{ s}$ . Dla próby 082 prędkość odkształcenia wynosiła  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ , a czas utrzymywania naprężenia pomiędzy cyklami był taki sam jak dla próby 080, czyli  $t_r = 30 \text{ s}$ .

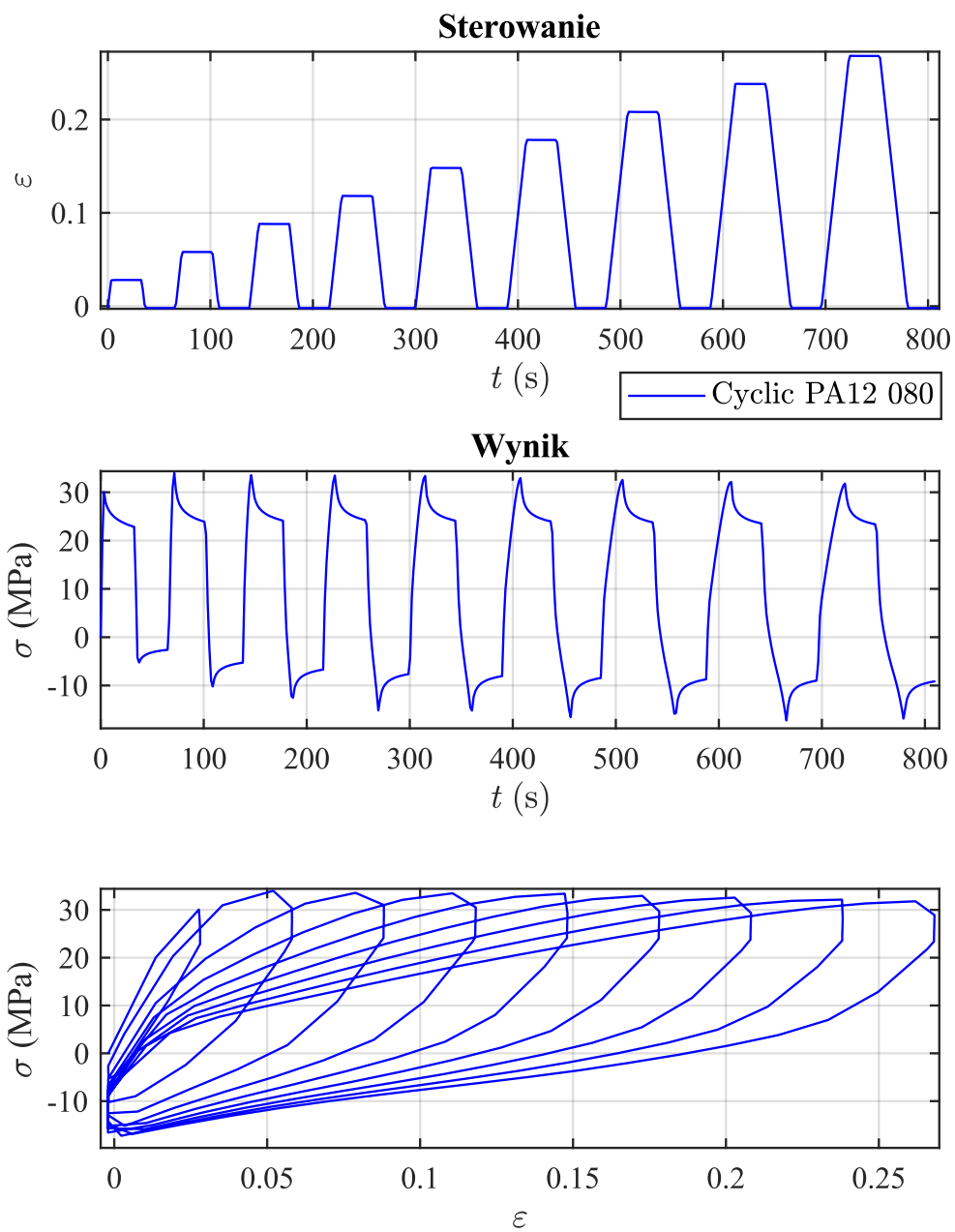
W obu próbach, w każdym cyklu, obserwowano spadek wartości naprężenia podczas utrzymywania stałego poziomu odkształcenia. W szczególności w próbie 080, w ostatnim cyklu naprężenie zmniejszyło się o 9 MPa, z poziomu  $\sigma_{max} = 32$  MPa do poziomu  $\sigma_r = 23$  MPa, co stanowi spadek o 28%. W każdym cyklu widoczne było, że w końcowej fazie przy zerowym odkształceniu kontrolowanym, poziom naprężenia był ujemny, jednak w trakcie utrzymywania naprężenia stopniowo wzrastał (zbliżając się do zera), ale wartość bezwzględna tej zmiany była mniejsza niż przy utrzymywaniu niezerowego naprężenia. Zmiany naprężenia w tych fazach miały nieliniowy charakter – w początkowej fazie zmiana była większa niż w końcowej. Próba 082 wykazywała podobne zachowanie do próby 080, jednak maksymalne wartości naprężenia dla poszczególnych poziomów odkształcenia były niższe, a minimalne wartości naprężenia (przy zerowym odkształceniu) w kolejnych cyklach były mniejsze niż w próbie 080. Z przedstawionych wyników badań można określić, że PA12 wykazuje charakterystyczne właściwości lepko-sprężyste lub lepko-plastyczne. Spadek naprężenia podczas utrzymywania stałego odkształcenia sugeruje obecność zjawiska relaksacji naprężeń, typowego dla materiałów lepko-sprężystych, gdzie naprężenie zmniejsza się przy utrzymywaniu odkształcenia na stałym poziomie. Nieliniowość zmian naprężenia, szczególnie w końcowych fazach cykli wskazuje na złożoną odpowiedź materiału, która może być związana z mechanizmami lepko-plastycznymi, gdzie materiał pod wpływem powtarzających się cykli odkształceń wykazuje zróżnicowane zachowanie w początkowych i końcowych etapach obciążania. Ujemne naprężenia przy zerowym odkształceniu świadczą o tym, że materiał ma tendencję do pełzania, gdzie w wyniku obciążenia naprężenia nie wracają do wartości początkowej. Podsumowując, materiał PA12 ma złożone właściwości mechaniczne, wykazujące jednocześnie cechy lepko-sprężystości i lepko-plastyczności, szczególnie pod wpływem cyklicznych obciążeń, prób pełzania oraz prób rozciągania z różnymi prędkościami odkształcenia.



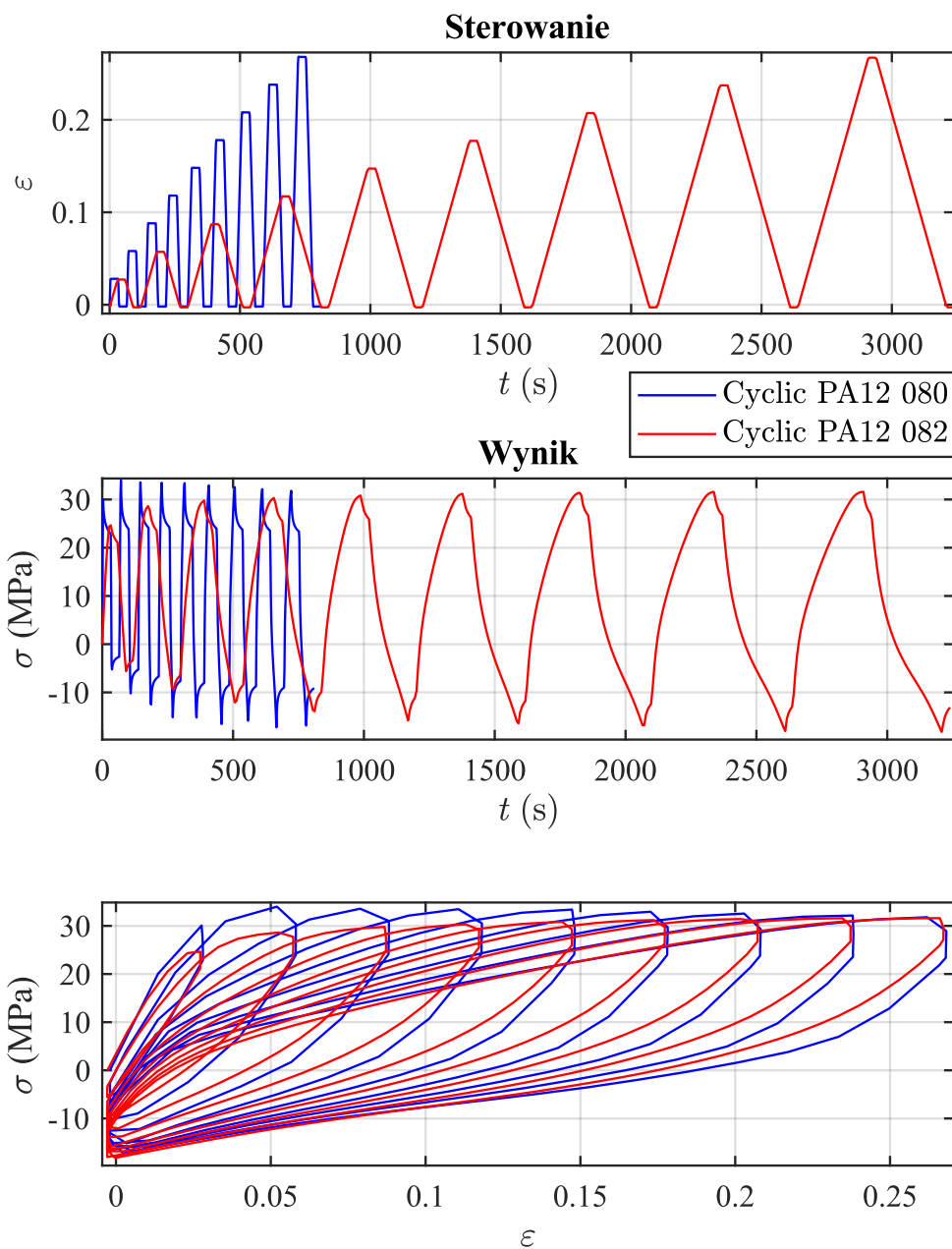
Rys. 50. Wyniki prób cyklicznego rozciągania PA12 z różną prędkością odkształcenia – wyższe poziomy odkształcenia maksymalnego.



Rys. 51. Wyniki prób cyklicznego rozciągania PA12 z taką samą prędkością odkształcenia i różnymi poziomami zadanego odkształcenia maksymalnego.



Rys. 52. Wyniki próby cyklicznego rozciągania PA12 z narastającym poziomem odkształcenia oraz utrzymywaniem stałego odkształcenia pomiędzy cyklami.



Rys. 53. Wyniki prób cyklicznego rozciągania PA12 z narastającym poziomem odkształcenia oraz utrzymywaniem stałego odkształcenia pomiędzy cyklami – porównanie dwóch prób z różnymi prędkościami odkształcenia.

## 5.2. MODELOWANIE KONSTITUTYWNE

Wyniki modelowania konstytutywnego zostały przedstawione dla trzech wybranych modeli literaturowych. Rezultaty przedstawiono w kolejnych rozdziałach, dzieląc je na każdy z modeli z osobna. Wyniki modelowania konstytutywnego zaprezentowano dla próbek wykonanych z materiałów PLA oraz PA12. Na poniższych rysunkach wyniki modelowania przedstawiono za pomocą linii przerywanej, a odpowiadającą próbę z eksperymentu linią ciągłą o tym samym kolorze. W przypadku prób cyklicznych, dla każdego z cykli z osobna wskazano maksymalną i minimalną wartość naprężenia lub odkształcenia, wynikającą z modelu i

eksperymentu. Zestawiono te wartości do porównania procentowego błędu modelu zgodnie z definicją wyrażoną równaniem (22).

$$\delta = \frac{y_{pred} - y_{exp}}{\Delta_y} \cdot 100\% \quad (22)$$

W równaniu  $\Delta_y$  oznacza zakres zmienności danej wartości w cyklu obciążenia. Zmienne  $y_{pred}$  i  $y_{exp}$  oznaczają odpowiednio wartość wynikającą z modelu oraz wartość wynikającą z eksperymentu.

## 5.2.1. Model Launay i in. (LM)

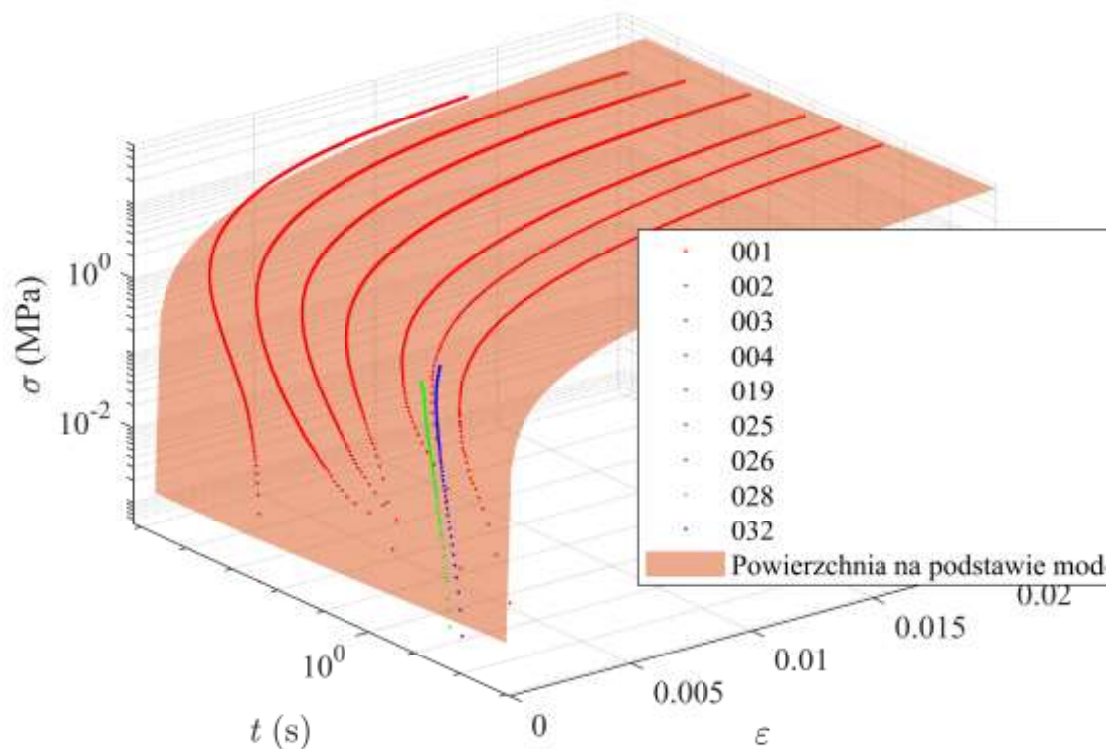
### 5.2.1.1. PLA

Wyniki wyznaczania wartości parametrów modelu Launay i in. dla PLA zostały przedstawione w tabeli 14. Na podstawie tych wartości parametrów zostały przedstawione dalsze wyniki modelowania dla PLA. Wyznaczanie parametrów  $E_e^0$ ,  $E_{v2}$  i  $\eta_2$  nastąpiło na podstawie quasi-liniowych fragmentów wykresów monotonicznego rozciągania z różnymi prędkościami odkształcenia. Zakres odkształcenia wykorzystanego do wyznaczenia parametrów  $E_e^0$ ,  $E_{v2}$  i  $\eta_2$  został ograniczony do  $\varepsilon = 0,02$ . Numery wykorzystanych prób to: 001, 002, 003, 004, 019, 025, 026. Dodatkowo użyte były dane z prób oznaczonych numerami 026 i 028, dla których zakres został ograniczony do  $\varepsilon = 0,0006$ . Próby te również były rozciągane ze stałą prędkością w tym zakresie odkształcenia. Wynik określenia tych parametrów został pokazany na rys. 54 w postaci powierzchni dopasowanej za pomocą algorytmu optymalizacyjnego do danych eksperymentalnych. Parametry  $E_{v1}$  i  $\eta_1$  były wyznaczone na podstawie próby pełzania 015 (10 MPa). Wartości  $\tilde{A}$ ,  $\tilde{H}$ ,  $m$ ,  $C$ ,  $\tilde{\gamma}$ ,  $a$ ,  $b$  zostały obliczone z wykorzystaniem danych z prób cyklicznych i prób monotonicznego rozciągania z różnymi prędkościami odkształcenia. Numery wykorzystanych prób to: 001, 002, 003, 050 i 051.



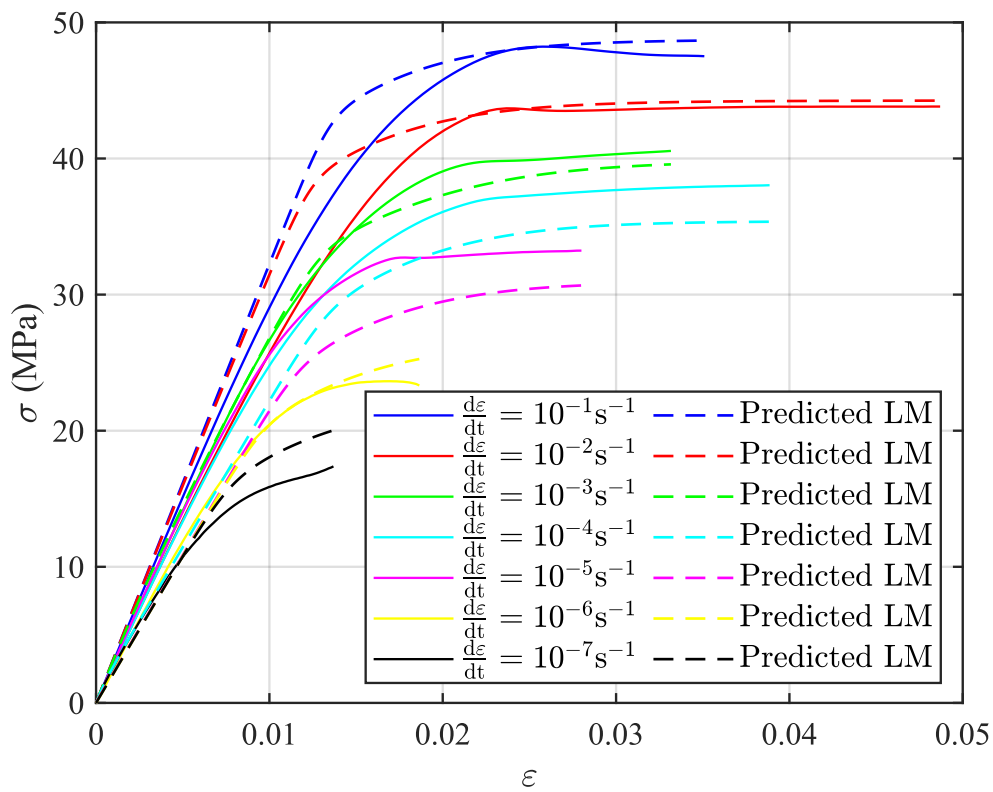
Tabela 14. Wyznaczone wartości parametrów materiałowych PLA modelu Launay i in.

Cecha mechaniczna	Parametr modelu	Symbol	Wartość	Jednostka
Sprężystość	Początkowy moduł Younga	$E_e^0$	$2,6033 \cdot 10^3$	MPa
Lepko-sprężystość krótkoterminowa	Sztywność	$E_{v1}$	$1,9694 \cdot 10^{18}$	MPa
	Lepkość	$\eta_1$	$2,7842 \cdot 10^{22}$	MPa · s
Lepko-sprężystość długoterminowa	Sztywność	$E_{v2}$	$6,4809 \cdot 10^3$	MPa
	Lepkość	$\eta_2$	$5,8481 \cdot 10^4$	MPa · s
Umocnienie nieliniowe	Moduł umocnienia	$C$	$1,1442 \cdot 10^3$	MPa
	Współczynnik nieliniowości	$\tilde{\gamma}$	$2,2768 \cdot 10^2$	-
Lepkość nieliniowa	Prędkość charakterystyczna	$\tilde{A}$	$6,4715 \cdot 10^{-10}$	$\frac{1}{s}$
	Napężenie charakterystyczne	$\tilde{H}$	$1,0164 \cdot 10^1$	MPa
	Wykładnik	$m$	5,2122	-
Osłabienie cykliczne	Maksymalne osłabienie	$a$	$2,4268 \cdot 10^1$	%
	Charakterystyczna gęstość energii	$b$	$4,1745 \cdot 10^{-20}$	J · m <sup>-3</sup>

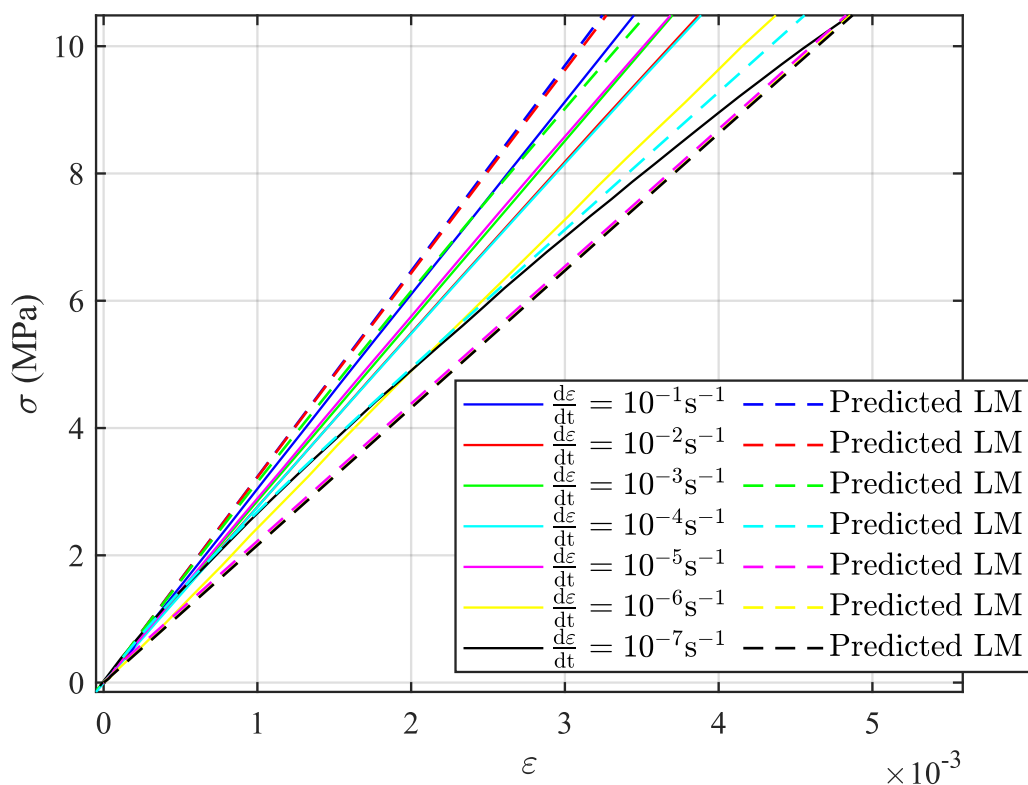


Rys. 54. Widok dopasowania równań modelu do danych eksperymentalnych przy wyznaczeniu parametrów  $E_e^0$ ,  $E_{v2}$  i  $\eta_2$ .

Wyniki modelowania w porównaniu do eksperymentu dla próby monotonicznego rozciągania z różnymi prędkościami odkształcenia zostały przedstawione na rys. 55 oraz, w przybliżeniu, do części quasi-liniowej na rys. 56. Podsumowanie maksymalnego naprężenia dla poszczególnych prędkości odkształcenia zostało zaprezentowane w tabeli 15. Model przewiduje początkowe quasi-liniowe zachowanie materiału, gdzie wraz ze wzrostem prędkości odkształcenia następuje zmniejszenie pochylenia krzywej. Najbliższa w tym zakresie idealnego dopasowania jest próba o prędkości  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ . Wyniki dla prób o wyższej prędkości odkształcenia charakteryzują się mniejszym pochyleniem względem krzywych z eksperymentu. Zgodnie z tabelą 15, wartości maksymalne naprężenia przewidywane są dla dwóch najwyższych prędkości z różnicą do około 0,5 MPa, co stanowi w przybliżeniu 1% różnicy. Najmniej dokładne dopasowanie maksymalnej wartości występuje dla próby o prędkości  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-7} \text{ s}^{-1}$ , gdzie różnica sięga 2,6 MPa czyli ponad 15%.



Rys. 55. Wyniki modelowania zachowania PLA w porównaniu do wyników eksperymentalnych dla próby monotonicznego rozciągania z różnymi prędkościami odkształcenia (model Launay i in.).



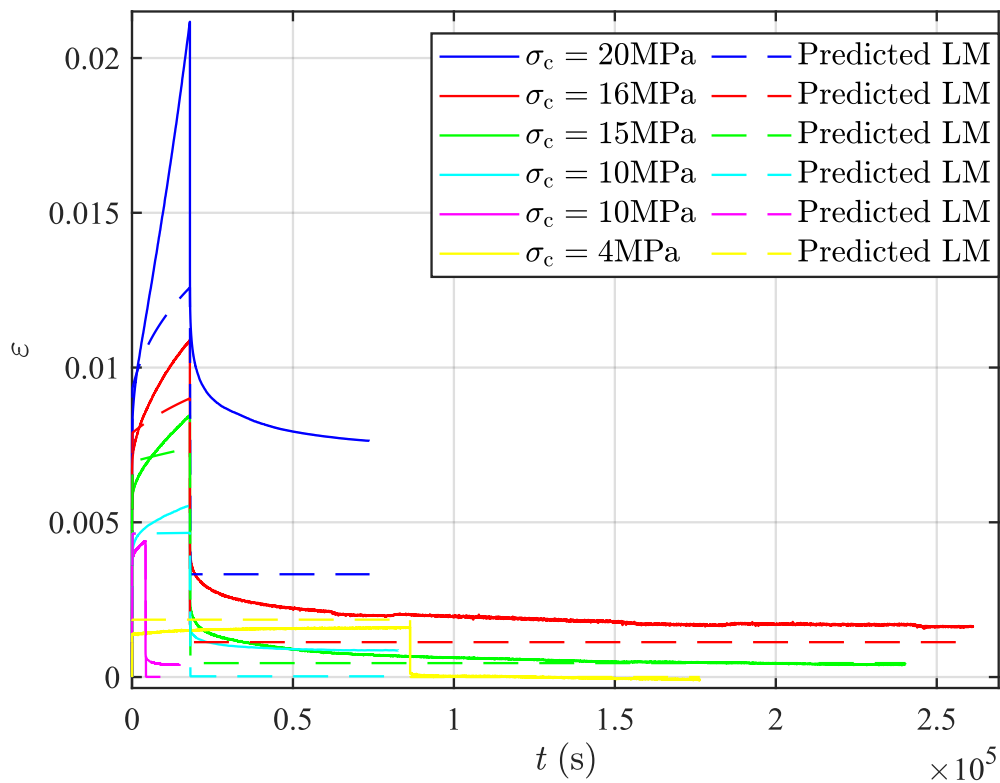
Rys. 56. Wyniki modelowania zachowania PLA w porównaniu do wyników eksperymentalnych dla próby monotonicznego rozciągania z różnymi prędkościami odkształcenia – przybliżenie fragmentu quasi-liniowego (model Launay i in.).

Tabela 15. Porównanie wyników doświadczalnych naprężenia maksymalnego próby z różnymi prędkościami odkształcenia z wynikami modelu Launay i in. dla PLA.

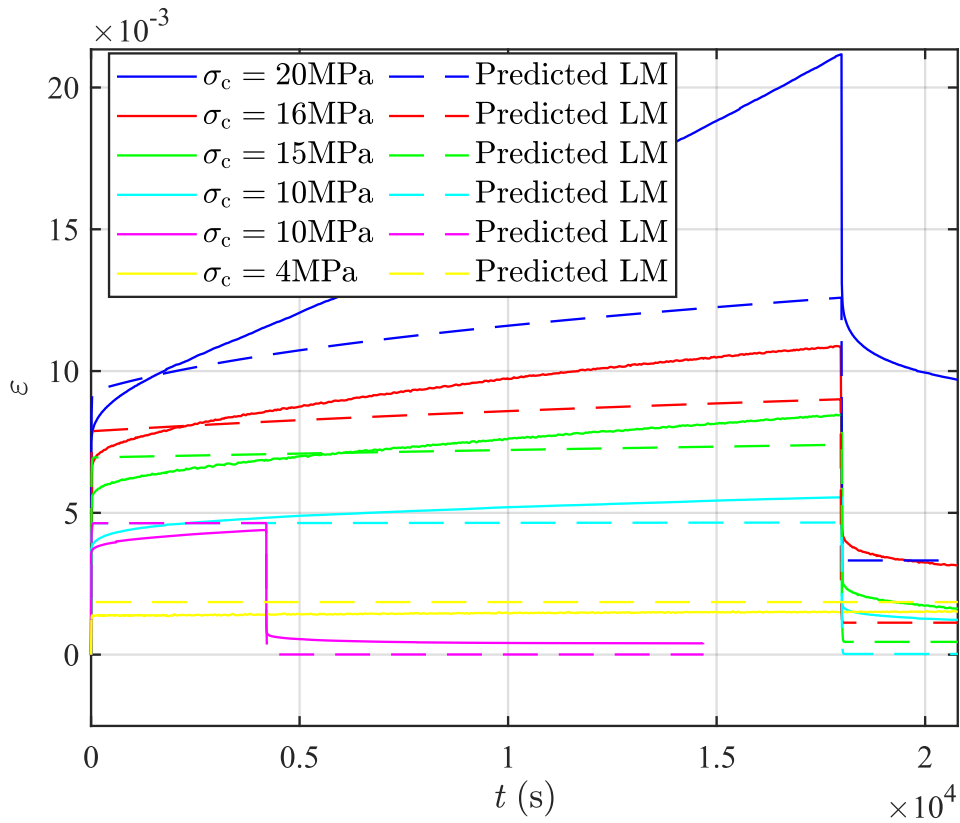
Zadana prędkość odkształcenia $\frac{d\varepsilon}{dt} \left(\frac{1}{s}\right)$	Naprężenie maksymalne z eksperymentu $\sigma_{max}$ (MPa)	Naprężenie maksymalne z modelu $\sigma_{max}$ (MPa)	Różnica procentowa (%)
$10^{-1}$	48,2	48,6	0,9
$10^{-2}$	43,8	44,3	1,0
$10^{-3}$	40,6	39,6	-2,4
$10^{-4}$	38,0	35,4	-7,1
$10^{-5}$	33,2	30,7	-7,7
$10^{-6}$	23,6	25,3	6,9
$10^{-7}$	17,4	20,0	15,3

Wyniki modelowania porównane z wynikami eksperymentalnymi dla prób pełzania na różnych poziomach naprężenia zostały przedstawione na rys. 57, 58 oraz 59. Dla lepszego zilustrowania wyników, rys. 58 przybliży część dotyczącą obciążania próbki. Różnice w przewidywaniach maksymalnych odkształceń zostały zestawione w tabeli 16.

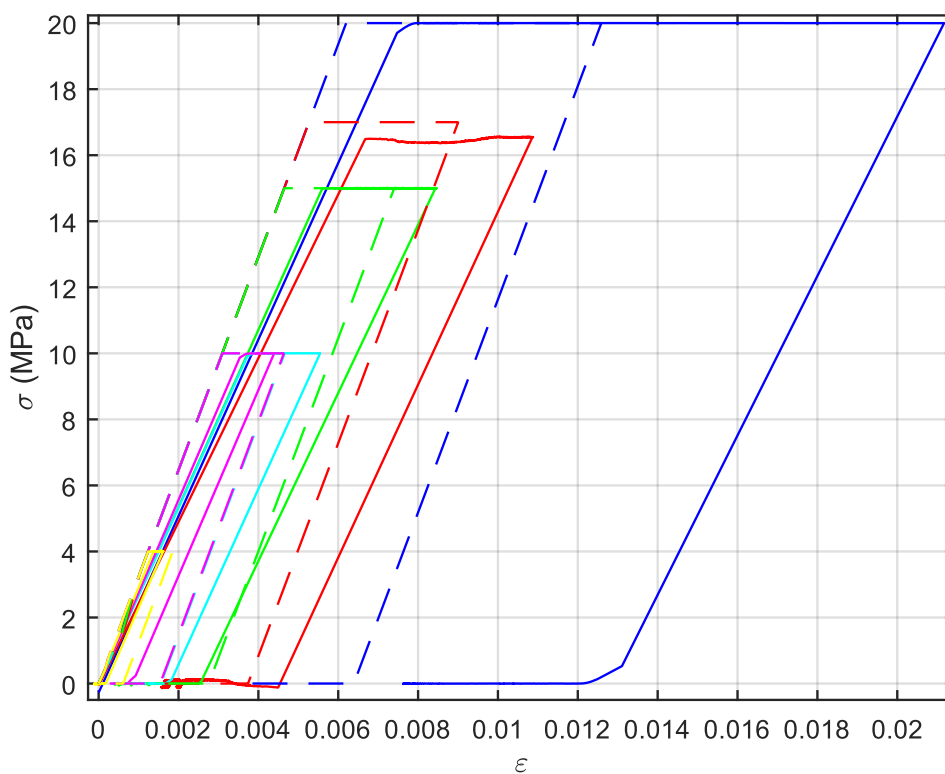
Model skutecznie odwzorowuje charakter przebiegu pełzania w każdej fazie próby. Jednak w fazie po odciążeniu, model przewiduje niższy poziom odkształcenia w porównaniu do wyników eksperymentalnych. Co więcej, w eksperymencie, po gwałtownym spadku odkształcenia, odpowiedź materiału przechodzi w nieliniowy, stopniowy spadek odkształcenia. Ta charakterystyka nie została przewidziana przez model, który zakłada natychmiastowe przejście do stałej wartości naprężenia po odciążeniu.



Rys. 57. Wyniki modelowania zachowania PLA w porównaniu do wyników eksperymentalnych dla próby pełzania z różnymi poziomami naprężenia (model Launay i in.).



Rys. 58. Wyniki modelowania zachowania PLA w porównaniu do wyników eksperymentalnych dla próby pełzania z różnymi poziomami naprężenia – przybliżenie do części obciążania (model Launay i in.).



Rys. 59. Wyniki modelowania zachowania PLA w porównaniu do wyników eksperymentalnych dla próby pełzania z różnymi poziomami naprężenia – w układzie odkształcenie-naprężenie (model Launay i in.).

Tabela 16. Porównanie wyników doświadczalnych odkształcenia maksymalnego prób pełzania dla PLA z wynikami modelu Launay i in.

Zadana wartość naprężenia $\sigma_c$ (MPa)	Odkształcenie maksymalne z eksperymentu $\epsilon_{max}$	Odkształcenie maksymalne z modelu $\epsilon_{max}$	Różnica procentowa (%)
20	0,0212	0,0126	-40,6
16	0,0109	0,0090	-17,1
15	0,0085	0,0074	-12,6
10 ( $t_c = 1,8 \cdot 10^4$ s)	0,0056	0,0047	-16,6
10 ( $t_c = 1,8 \cdot 10^4$ s)	0,0044	0,0047	6,1
4	0,0016	0,0019	16,4

Wyniki modelowania zachowania PLA dla prób cyklicznych 053 i 050 zostały przedstawione na rys. 60 i 61. Porównanie wartości maksymalnych i minimalnych naprężeń

wraz z błędami modelowania dla poszczególnych cykli znajduje się w tabeli 17 (próba 053) i tabeli 18 (próba 050). Model precyzyjnie odtwarza wartości maksymalne naprężenia, zwłaszcza w końcowych cyklach, gdzie błąd wynosi  $\delta_{max} = 0,6\%$  dla próby 053 i  $\delta_{max} = 1,6\%$  dla próby 050. Dopasowanie wartości minimalnych jest mniej dokładne, szczególnie w ostatnich cyklach, gdzie błąd przekracza 30%. Model prawidłowo odzwierciedla nieliniowe zachowanie materiału przy wyższych poziomach odkształceń oraz przewiduje ściskanie na końcach cykli, gdy odkształcenie wraca do wartości początkowej.

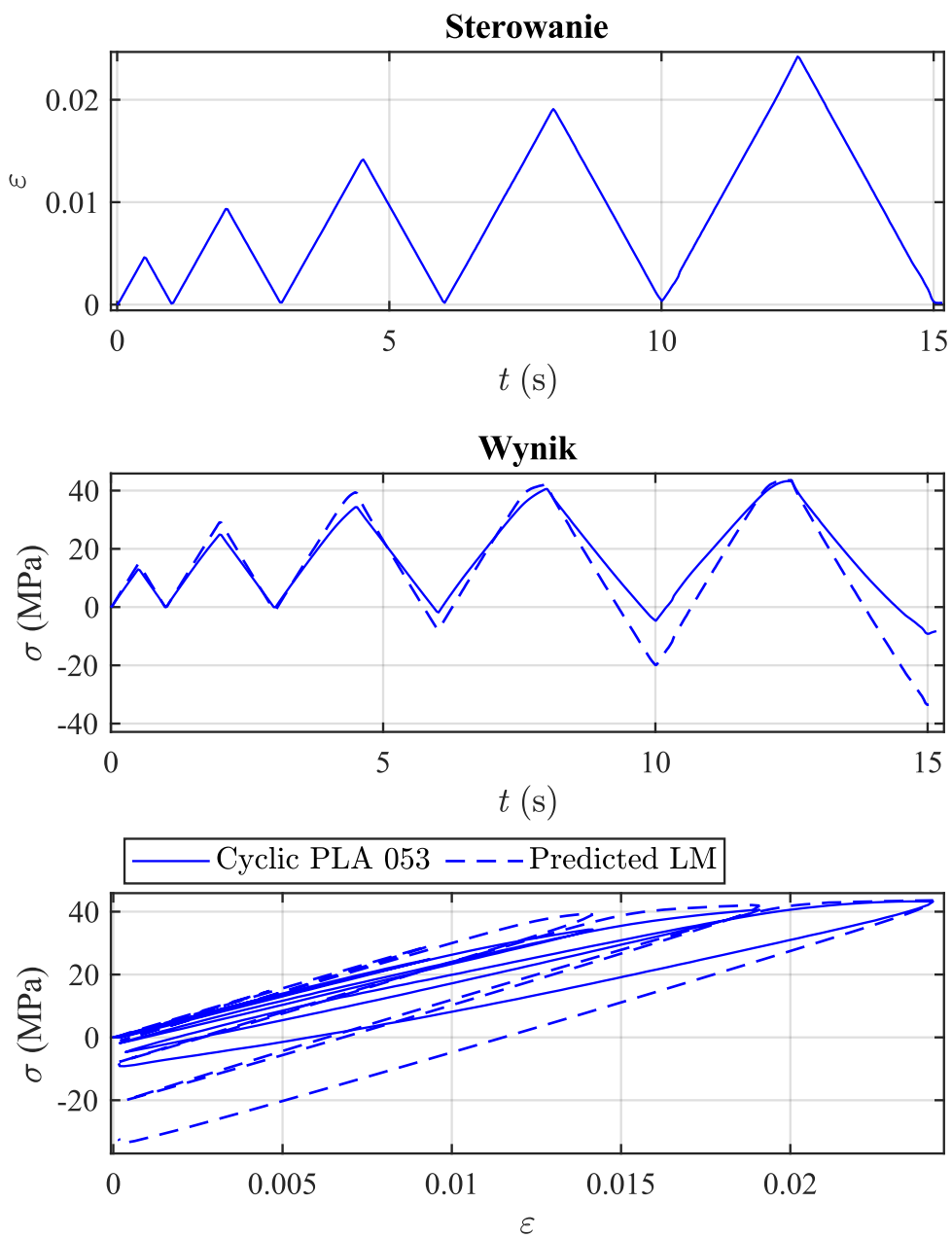
Tabela 17. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 053 PLA – wyniki eksperymentalne vs. model Launay i in.

Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu Launay i in.		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxLM}$ (MPa)	$\sigma_{minLM}$ (MPa)		
1	13	0,1	14,8	-0,1	14,0	-1,6
2	24,9	0	29,1	-1,1	16,9	-4,4
3	34,3	-1,8	39,4	-7,8	14,1	-16,6
4	40,6	-4,7	42,1	-20	3,3	-33,8
5	43,3	-9,2	43,6	-33,5	0,6	-46,3

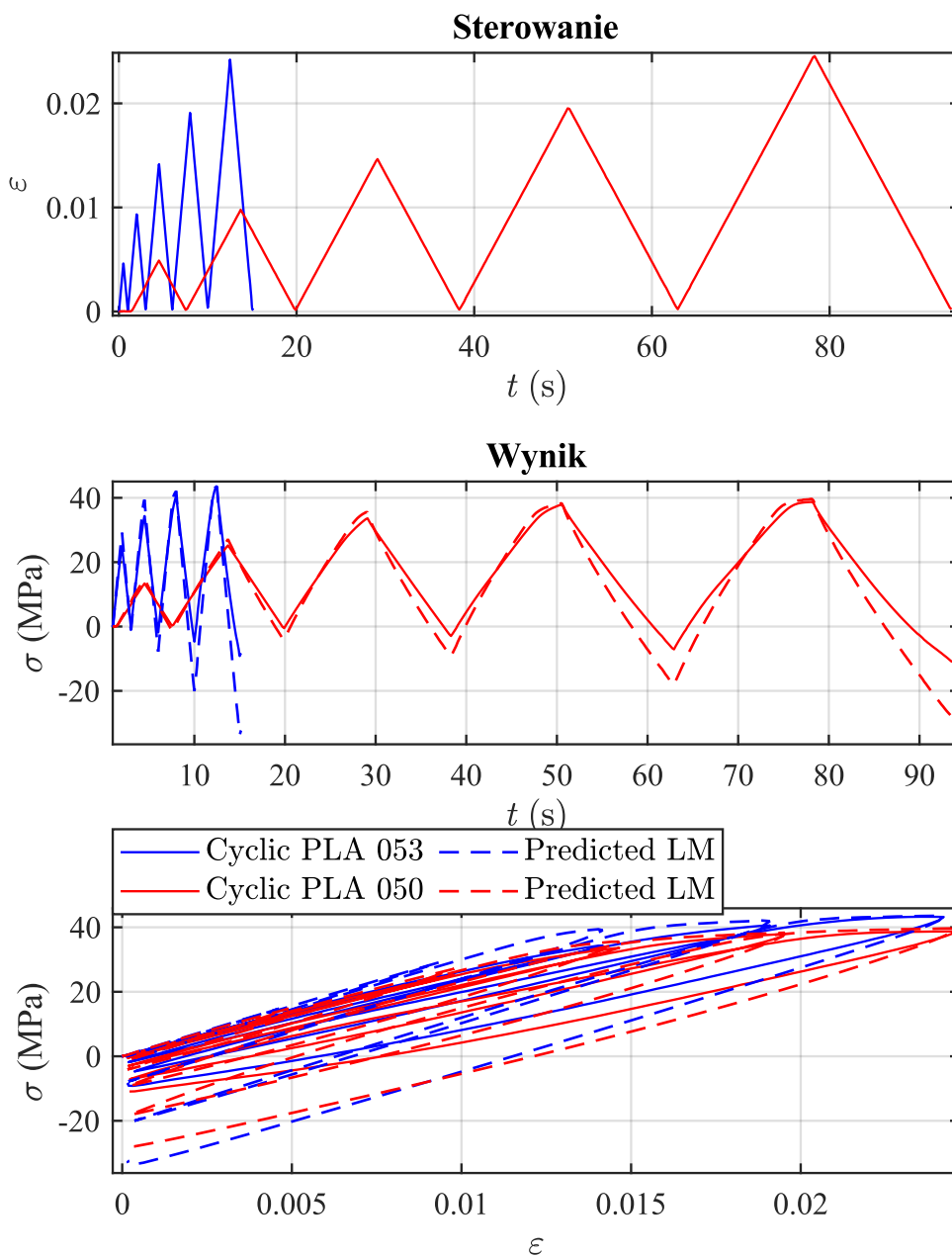
Tabela 18. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 050 PLA – wyniki eksperymentalne vs. model Launay i in..

Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu Launay i in.		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxLM}$ (MPa)	$\sigma_{minLM}$ (MPa)		
1	13,4	0,2	14,7	-1,4	9,8	-12,1
2	25,2	-0,5	27,1	-4,2	7,4	-14,4
3	33,6	-3	35,6	-9	5,5	-16,4
4	37,9	-7,1	38,3	-18	0,9	-24,2
5	38,7	-10,9	39,6	-27,9	1,8	-34,3





Rys. 60. Wyniki modelowania próby cyklicznego rozciągania PLA z narastającym poziomem odkształcenia – wyniki eksperymentalne vs. model Launay i in.



Rys. 61. Wyniki modelowania próby cyklicznego rozciągania PLA z narastającym poziomem odkształcenia (porównanie dwóch prób z różnymi prędkościami odkształcenia) – wyniki eksperymentalne vs. model Launay i in.

Na rys. 62 i 63 zaprezentowane zostały wyniki modelowania PLA w przypadku prób cyklicznych, w których pomiędzy cyklami odkształcenia było utrzymywane na zadanym poziomie. W tabeli 19 przedstawiono zbiorcze zestawienie maksymalnego i minimalnego naprężenia próby 051 przed fazą utrzymywania stałego odkształcenia. Tabela 20 przedstawia tożsame dane dla końca tej fazy cyklu. Podobnie jak w przypadku poprzednich wyników, odwzorowanie odpowiedzi naprężeniowej obliczone z użyciem modelu jest bliższe dla wartości maksymalnych niż minimalnych. Dodatkowo można zauważyć, że wyniki dla fazy po utrzymaniu stałego odkształcenia charakteryzują się wyższym błędem oraz we wszystkich

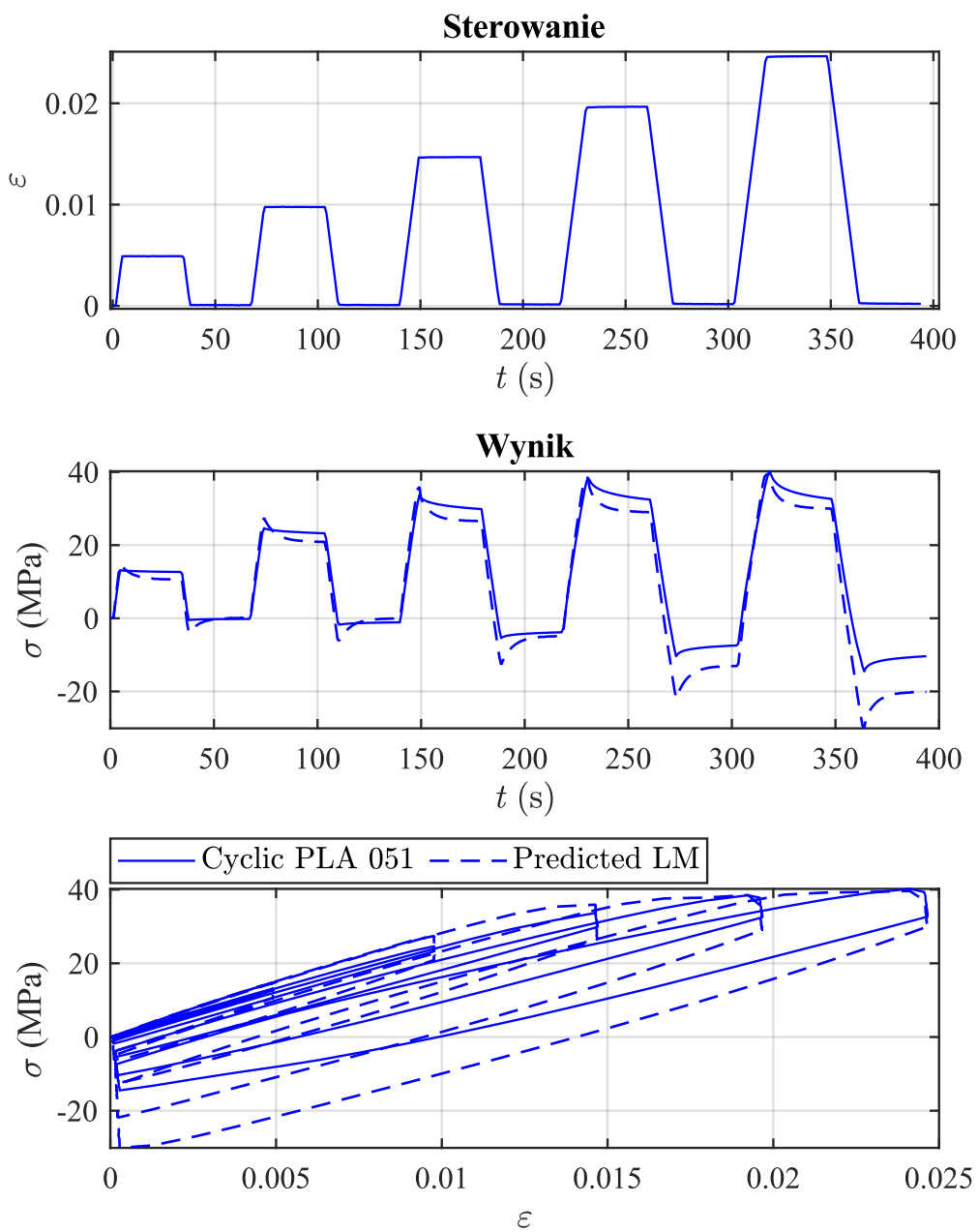
przypadkach model przewiduje niższe naprężenie niż wynika z eksperymentu. W czwartym cyklu próby 052 podczas utrzymywania stałego odkształcenia dokładnie odwzorowany został proces zmniejszenia naprężenia.

Tabela 19. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 051 w fazie przed utrzymywaniem stałej wartości odkształcenia – wyniki eksperymentalne vs. model Launay i in.

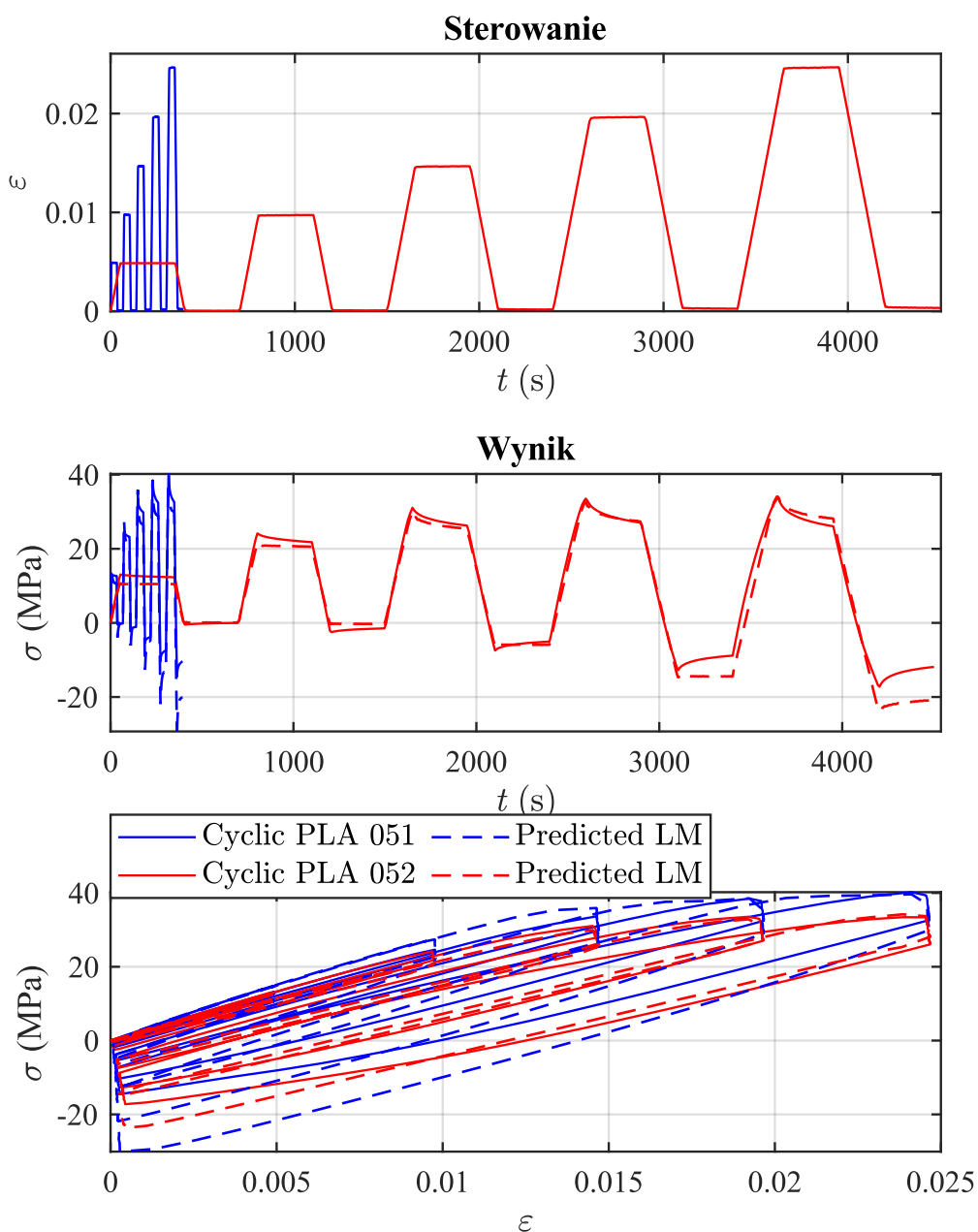
Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu Launay i in.		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxLM}$ (MPa)	$\sigma_{minLM}$ (MPa)		
1	13,2	-0,5	14,8	-3,9	12,3	-25,2
2	24,6	-1,8	27,4	-6,1	10,5	-16,4
3	33,7	-5,4	35,9	-12,7	5,7	-18,6
4	38,5	-10,4	38,5	-21,9	0,1	-23,6
5	40,2	-14,5	39,6	-30,1	-1,1	-28,5

Tabela 20. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 051 w fazie po utrzymywaniu stałej wartości odkształcenia – wyniki eksperymentalne vs. model Launay i in.

Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu Launay i in.		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxLM}$ (MPa)	$\sigma_{minLM}$ (MPa)		
1	12,7	-0,2	10,6	0,1	-16,28	2,33
2	23,2	-1,1	20,9	-0,1	-9,47	4,12
3	29,8	-3,8	26,6	-4,9	-9,52	-3,27
4	32,4	-7,4	29	-13	-8,54	-14,07
5	32,6	-10,4	30	-20,1	-6,05	-22,56

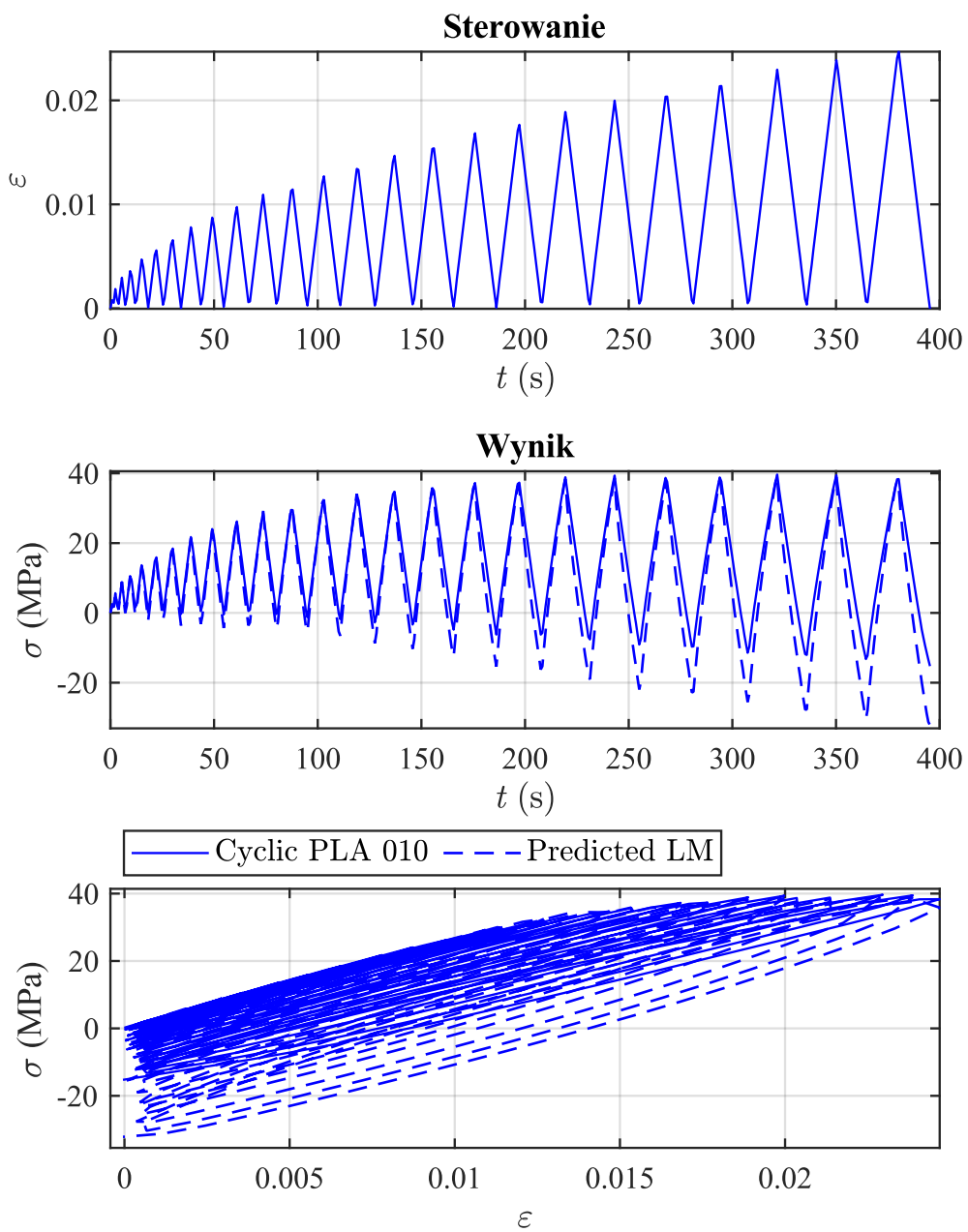


Rys. 62. Wyniki próby cyklicznego rozciągania PLA z narastającym poziomem odkształcenia oraz utrzymywaniem stałego odkształcenia pomiędzy cyklami – wyniki eksperymentalne vs. model Launay i in.

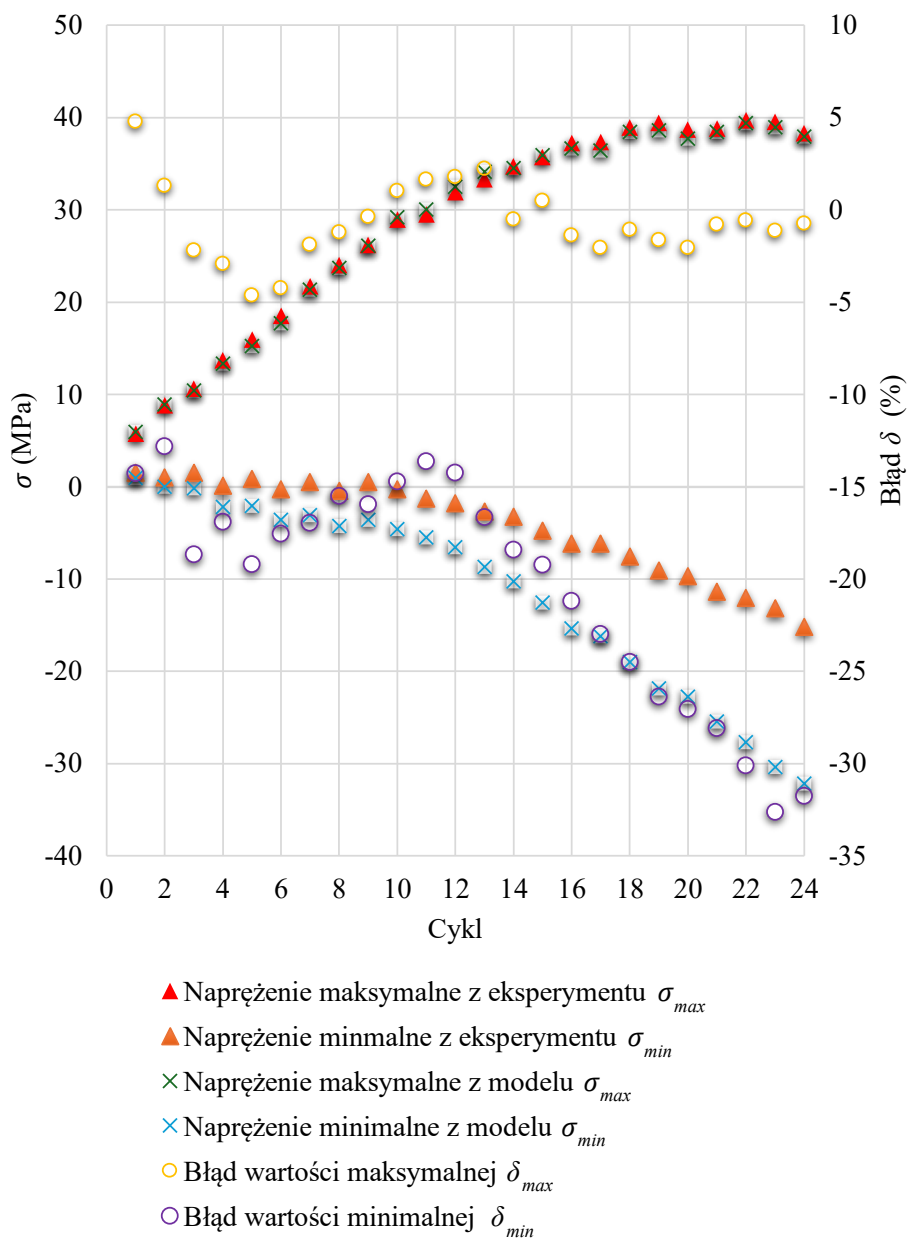


Rys. 63. Wyniki próby cyklicznego rozciągania PLA z narastającym poziomem odkształcenia oraz utrzymywaniem stałego odkształcenia pomiędzy cyklami (porównanie dwóch prób z różnymi prędkościami odkształcenia i czasami utrzymywania stałego odkształcenia) – wyniki eksperymentalne vs. model Launay i in.

Na rys. 64 przedstawiono wyniki próby rozciągania z narastającym poziomem odkształcenia, która składała się z dwudziestu czterech cykli. Podsumowanie wartości maksymalnych i minimalnych wraz z błędami zostało zaprezentowane na rys. 65. Zauważalny jest spadek odwzorowania wartości minimalnych wraz z kolejnymi cyklami i przy ostatnim cyklu błąd wynosi  $\delta_{min} = -31,8\%$ . W przypadku wartości maksymalnych, błędy w większości cykli pozostają na niskim poziomie, co świadczy o dobrej zgodności modelu z wynikami eksperymentalnymi.

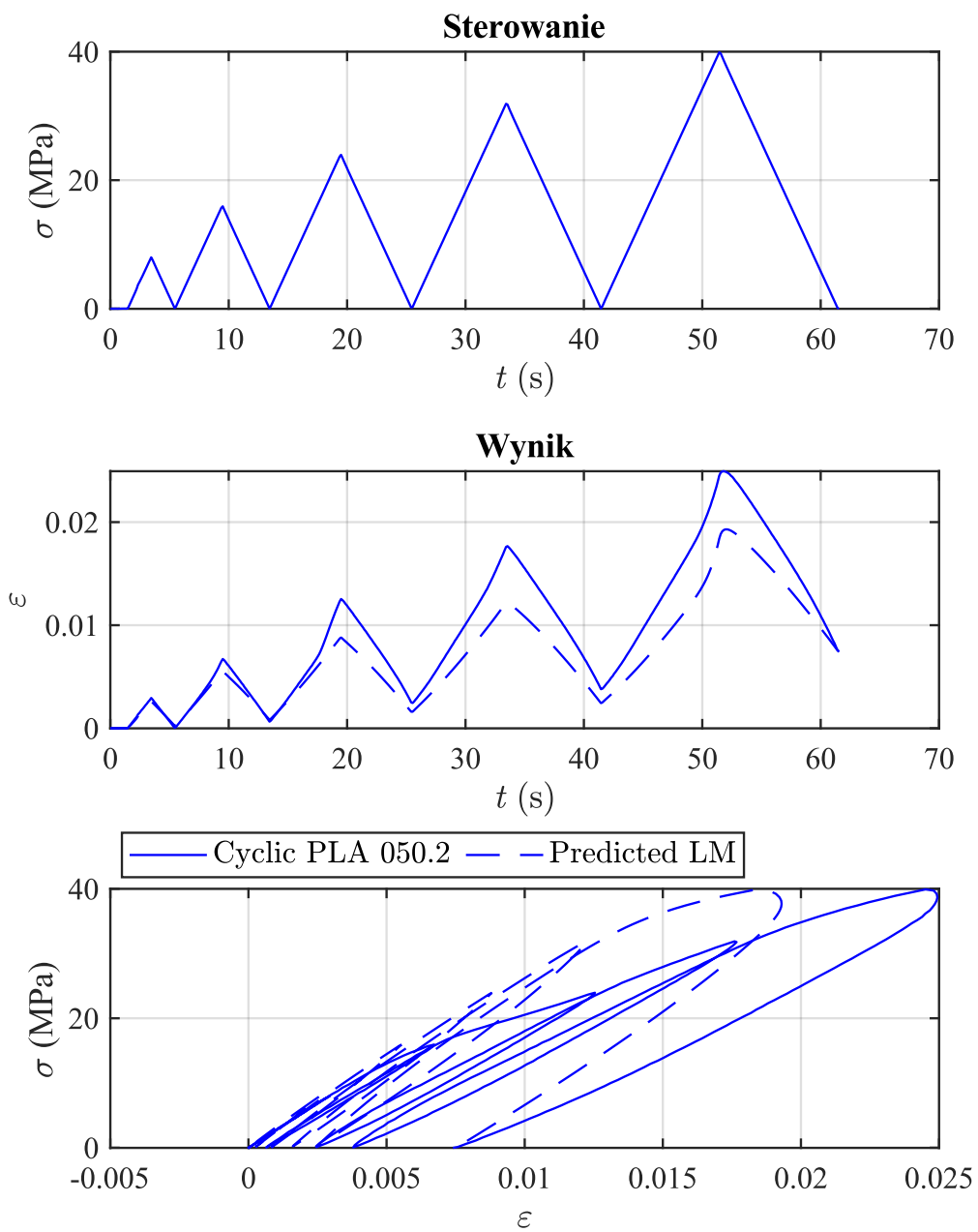


Rys. 64. Cykliczne rozciągania próby 010 wykonanej z PLA – wyniki eksperymentalne vs. model Launay i in.



Rys. 65. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 010 – wyniki eksperymentalne vs. model Launay i in.

Wyniki próby cyklicznej, w której kontrolowano naprężenie zostały przedstawione na rys. 66, a podsumowanie maksymalnych i minimalnych odkształceń zawarto w tabeli 21. Odzworowanie jest dokładne w przypadku pierwszych dwóch cykli i spada wraz z kolejnymi cyklami. W części nieliniowej odpowiedzi podczas obciążania w ostatnim cyklu model częściowo odwzorowuje krzywą eksperymentalną, jednak wartość maksymalna naprężenia różni się o ponad 30%.



Rys. 66. Wynik próby cyklicznego rozciągania PLA przy kontrolowaniu naprężenia podczas próby – porównanie eksperymentu z modelem Launay i in.



Tabela 21. Porównanie maksymalnych i minimalnych odkształceń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 050.2 – wyniki eksperymentalne vs. model Launay i in.

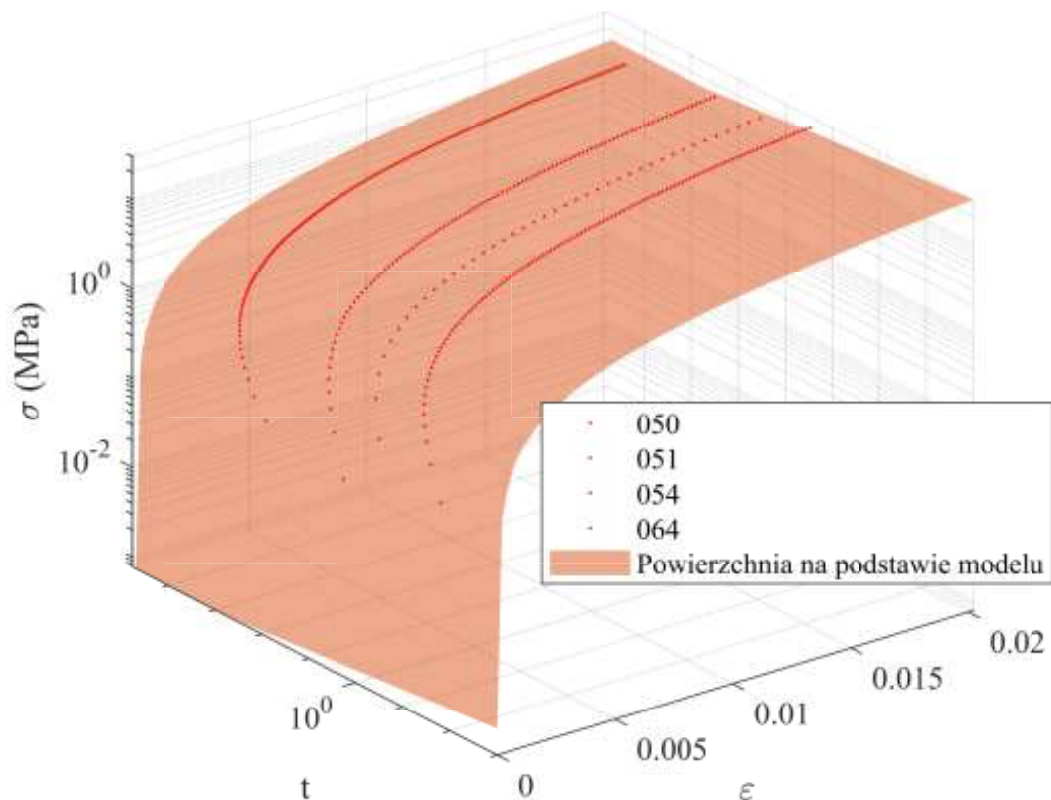
Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu Launay i in.		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\varepsilon_{max}$	$\varepsilon_{min}$	$\varepsilon_{maxLM}$	$\varepsilon_{minLM}$		
1	0,0029	0	0,0026	0,0003	-10,3	10,3
2	0,0067	0,0006	0,0055	0,0008	-19,7	3,3
3	0,0125	0,0025	0,0088	0,0016	-37,0	-9,0
4	0,0177	0,0038	0,0122	0,0024	-39,6	-10,1
5	0,0249	0,007473	0,0193	0,0074	-32,1	-0,4

#### 5.2.1.2. PA12

Wyniki wyznaczania parametrów modelu Launay i in. dla materiału PA12 zostały zestawione w tabeli 22. Na podstawie tych parametrów przeprowadzono dalsze modelowanie dla materiału PA12. Parametry  $E_e^0$ ,  $E_{v2}$  oraz  $\eta_2$  wyznaczono na podstawie quasi-liniowych fragmentów wyników prób rozciągania przy różnych prędkościach odkształcenia, ograniczając zakres odkształcenia do  $\varepsilon = 0,02$ . Analizowane przy wyznaczaniu próby to: 050, 051, 054, 064 a wyniki dopasowania parametrów zilustrowano na rys. 67. Parametry  $E_{v1}$  i  $\eta_1$  określono z próby pełzania 066. Wartości  $\tilde{A}$ ,  $\tilde{H}$ ,  $m$ ,  $C$ ,  $\tilde{\gamma}$  zostały wyznaczone na podstawie prób cyklicznych i prób monotonicznego rozciągania przy różnych prędkościach odkształcenia, z wykorzystaniem prób 050, 051, 054, 058, 073, 076. Parametry  $a$  i  $b$  wyznaczono wykorzystując dane eksperymentalne z prób cyklicznego rozciągania oznaczonych numerami 073 i 074.

Tabela 22. Wyznaczone wartości parametrów materiałowych PA12 modelu Launay i in.

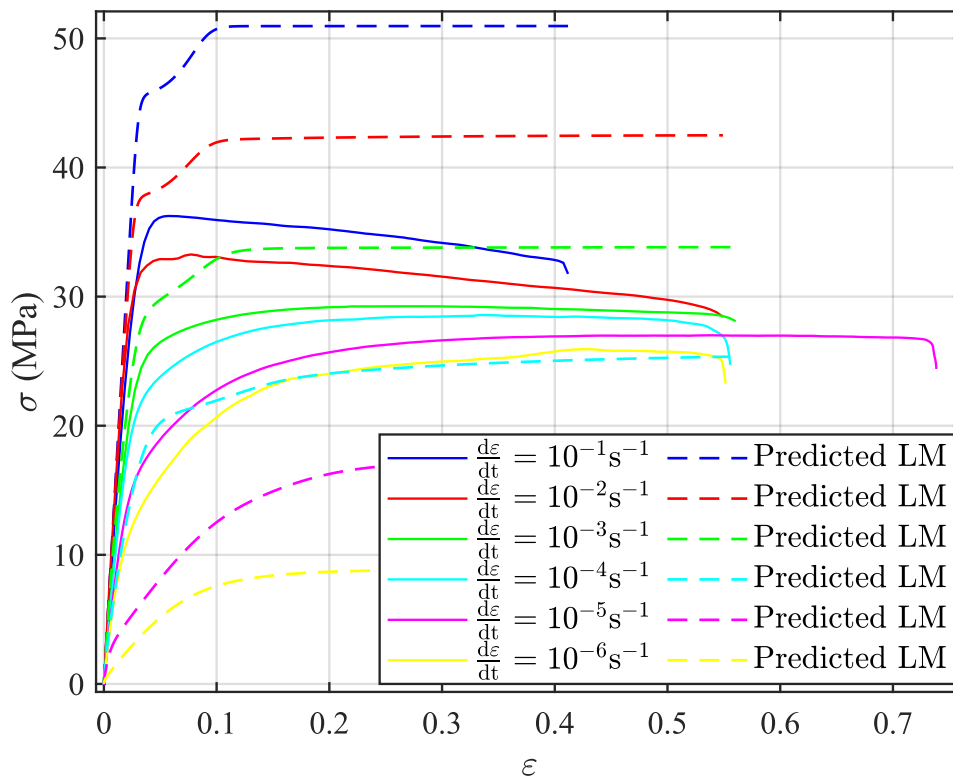
Cecha mechaniczna	Parametr modelu	Symbol	Wartość	Jednostka
Sprężystość	Początkowy moduł Younga	$E_e^0$	$1,5265 \cdot 10^3$	MPa
Lepko-sprężystość krótkoterminowa	Sztywność	$E_{v1}$	$1,4840 \cdot 10^2$	MPa
	Lepkość	$\eta_1$	$3,4124 \cdot 10^5$	MPa · s
Lepko-sprężystość długoterminowa	Sztywność	$E_{v2}$	$1,5558 \cdot 10^3$	MPa
	Lepkość	$\eta_2$	$3,0595 \cdot 10^4$	MPa · s
Umocnienie nieliniowe	Moduł umocnienia	$C$	$3,4069 \cdot 10^4$	MPa
	Współczynnik nieliniowości	$\tilde{\gamma}$	$2,6221 \cdot 10^4$	-
Lepkość nieliniowa	Prędkość charakterystyczna	$\tilde{A}$	$1,5541 \cdot 10^{-7}$	$\frac{1}{s}$
	Napężenie charakterystyczne	$\tilde{H}$	1,0192	MPa
	Wykładnik	$m$	$2,7812 \cdot 10^{-1}$	-
Osłabienie cykliczne	Maksymalne osłabienie	$a$	$5,0467 \cdot 10^{-1}$	%
	Charakterystyczna gęstość energii	$b$	$2,2037 \cdot 10^{-1}$	J · m <sup>-3</sup>



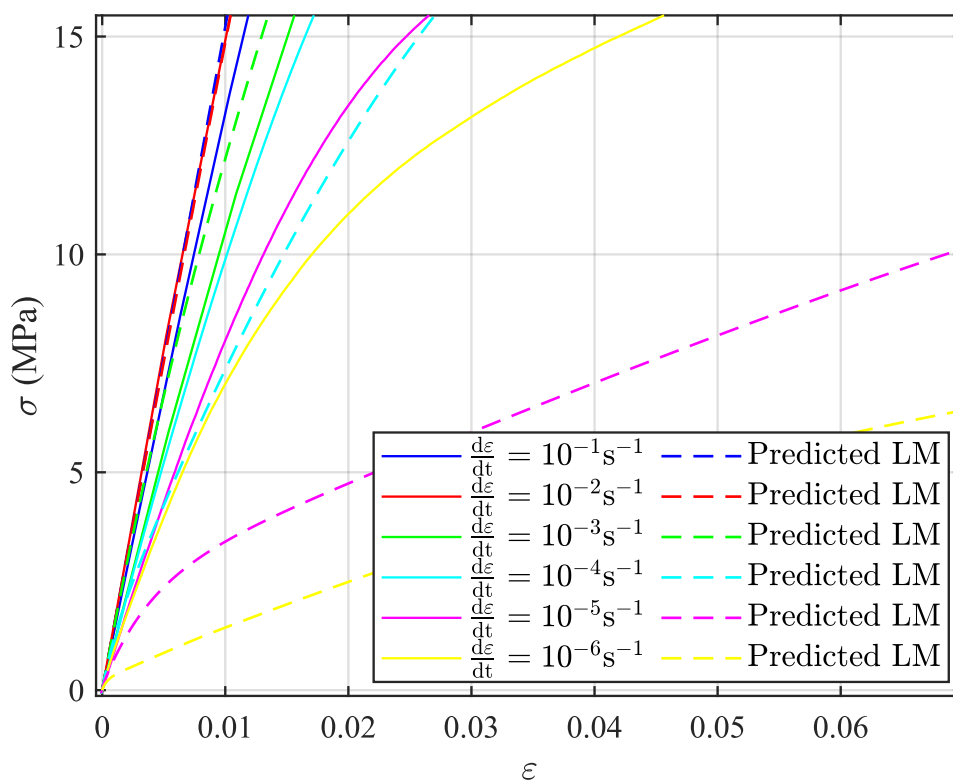
Rys. 67. Widok dopasowania danych modelu do danych eksperymentalnych przy wyznaczaniu parametrów  $E_e^0$ ,  $E_{v2}$  i  $\eta_2$  dla PA12.

Wyniki modelowania zachowania PA12 w próbach monotonicznego rozciągania przy różnych prędkościach odkształcenia przedstawiono na rys. 68, a w przybliżeniu części quasi-liniowej – na rys. 69. Podsumowanie maksymalnych wartości naprężenia dla poszczególnych prędkości odkształcenia zawarto w tabeli 23. Podobnie jak w przypadku PLA, model prawidłowo odwzorowuje początkowe quasi-liniowe zachowanie materiału, gdzie wzrost prędkości odkształcenia powoduje spadek nachylenia krzywej. Niemniej jednak, dokładność modelowania dla PA12 jest niższa. Przy wyższych prędkościach odkształcenia ( $\frac{d\varepsilon}{dt} \geq 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ ), model przewiduje wyższe naprężenia niż obserwowane eksperymentalnie, natomiast dla niższych prędkości odwzorowuje naprężenia poniżej wartości doświadczalnych. Najlepsze dopasowanie modelu osiągnięto dla prędkości  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ .

Różnice pomiędzy wynikami modelowania a eksperymentem dla materiału PA12 mogą wynikać z kilku czynników. Przede wszystkim, model Launay i in. jest opracowany na bazie określonych założeń dotyczących lepko-sprężystego, lepko-plastycznego zachowania materiałów, które mogą nie uwzględniać wszystkich specyficznych właściwości próbek wykonanych w technologii FDM z materiału PA12. Różnice mogą być również spowodowane niedokładnym wyznaczeniem parametrów materiałowych.



Rys. 68. Wyniki modelowania zachowania PA12 w porównaniu do wyników eksperymentalnych dla próby monotonicznego rozciągania z różnymi prędkościami odkształcenia (model Launay i in.).

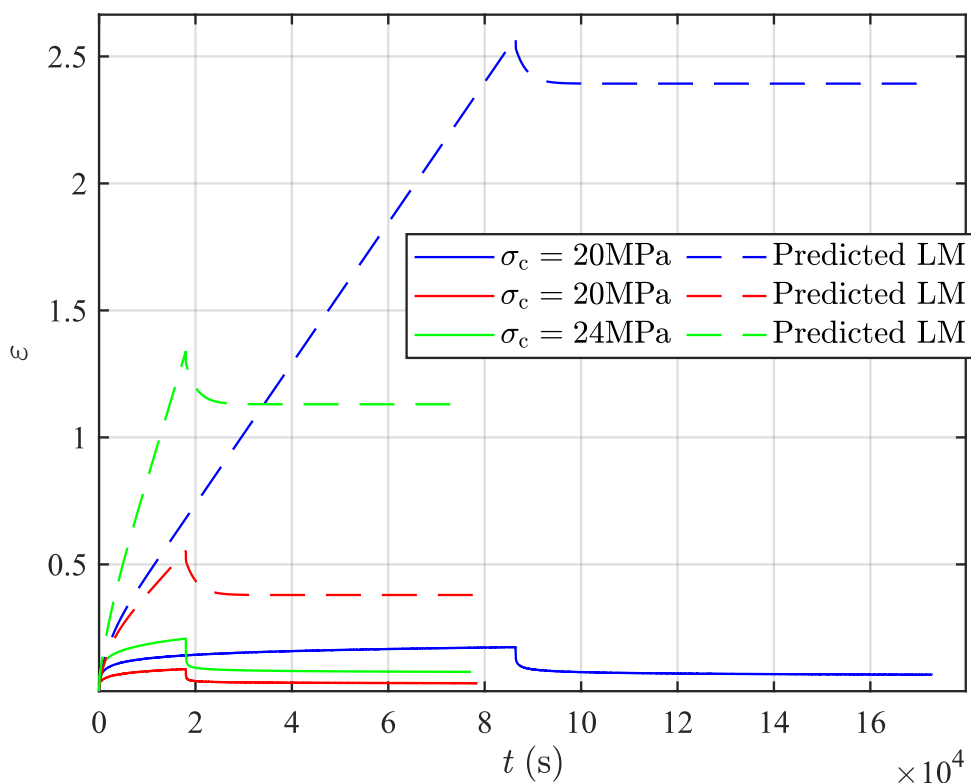


Rys. 69. Wyniki modelowania zachowania PA12 w porównaniu do wyników eksperymentalnych dla próby monotonicznego rozciągania z różnymi prędkościami odkształcenia – przybliżenie fragmentu quasi-liniowego (model Launay i in.).

Tabela 23. Porównanie wyników doświadczalnych naprężenia maksymalnego próby z różnymi prędkościami odkształcenia z wynikami modelu Launay i in. dla PA12.

Zadana prędkość odkształcenia $\frac{d\varepsilon}{dt}$ ( $\frac{1}{s}$ )	Naprężenie maksymalne z eksperymentu $\sigma_{max}$ (MPa)	Naprężenie maksymalne z modelu $\sigma_{max}$ (MPa)	Różnica procentowa (%)
$10^{-1}$	36,2	51,0	40,6
$10^{-2}$	33,3	42,5	27,7
$10^{-3}$	29,3	33,8	15,7
$10^{-4}$	28,6	25,4	-11,3
$10^{-5}$	27,0	17,3	-36,1
$10^{-6}$	25,9	8,8	-66,0

Na rys. 70 przedstawiono wyniki modelowania zachowania materiału PA12 w testach pełzania. Podobnie jak dla PLA, model przewiduje wzrost maksymalnego odkształcenia oraz zmniejszenie nachylenia krzywej pełzania wraz ze wzrostem naprężenia. Jednakże, w przypadku PA12, zgodność wyników modelowania z eksperymentem jest niższa. W fazie po odciążeniu model przewiduje znacznie wyższe wartości odkształcenia pozostałego niż wynika to z badań eksperymentalnych. Dodatkowo, w porównaniu do PLA, model dla PA12 przewiduje stopniowy spadek odkształcenia podczas odciążania, co różni się od gwałtownego spadku obserwowanego w przypadku PLA. Zestawienie maksymalnych wartości odkształceń przedstawiono w tabeli 24.



Rys. 70. Wyniki modelowania zachowania PA12 w porównaniu do wyników eksperymentalnych dla próby pełzania z różnymi poziomami naprężenia (model Launay i in.).

Tabela 24. Porównanie wyników doświadczalnych odkształcenia maksymalnego prób pełzania dla PA12 z wynikami modelu Launay i in.

Zadana wartość naprężenia $\sigma_c$ (MPa)	Odkształcenie maksymalne z eksperymentu $\varepsilon_{max}$	Odkształcenie maksymalne z modelu $\varepsilon_{max}$	Różnica procentowa (%)
20 ( $t_c = 8,6 \cdot 10^4$ s)	0,1739	2,5756	1381,1
20 ( $t_c = 1,8 \cdot 10^4$ s)	0,1031	0,2078	101,6
24	0,2078	1,3392	544,5

Wyniki modelowania zachowania PA12 dla prób cyklicznych 076 i 075 zostały przedstawione na rys. 71 i 72. Porównanie wartości maksymalnych i minimalnych naprężeń oraz błędów modelowania w poszczególnych cyklach znajduje się w tabeli 25 (próba 076) i tabeli 26 (próba 075). Model precyzyjnie odtwarza wartości maksymalne i minimalne naprężenia w drugim i trzecim cyklu dla próby 076, gdzie maksymalny błąd wynosi  $\delta_{max} = 5,8\%$ . W próbie 075 najlepsze dopasowanie uzyskano w piątym cyklu, z błędami  $\delta_{max} = -0,7\%$  i  $\delta_{min} = -2,3\%$ . Dopasowanie wartości minimalnych jest mniej dokładne, szczególnie w ostatnich cyklach, gdzie błąd przekracza -32%. Model prawidłowo odwzorowuje nieliniowe zachowanie materiału przy wyższych odkształceniach oraz przewiduje ścisnienie na końcach cykli, jednak w ostatnich cyklach dokładność uzyskanych wyników jest ograniczona.

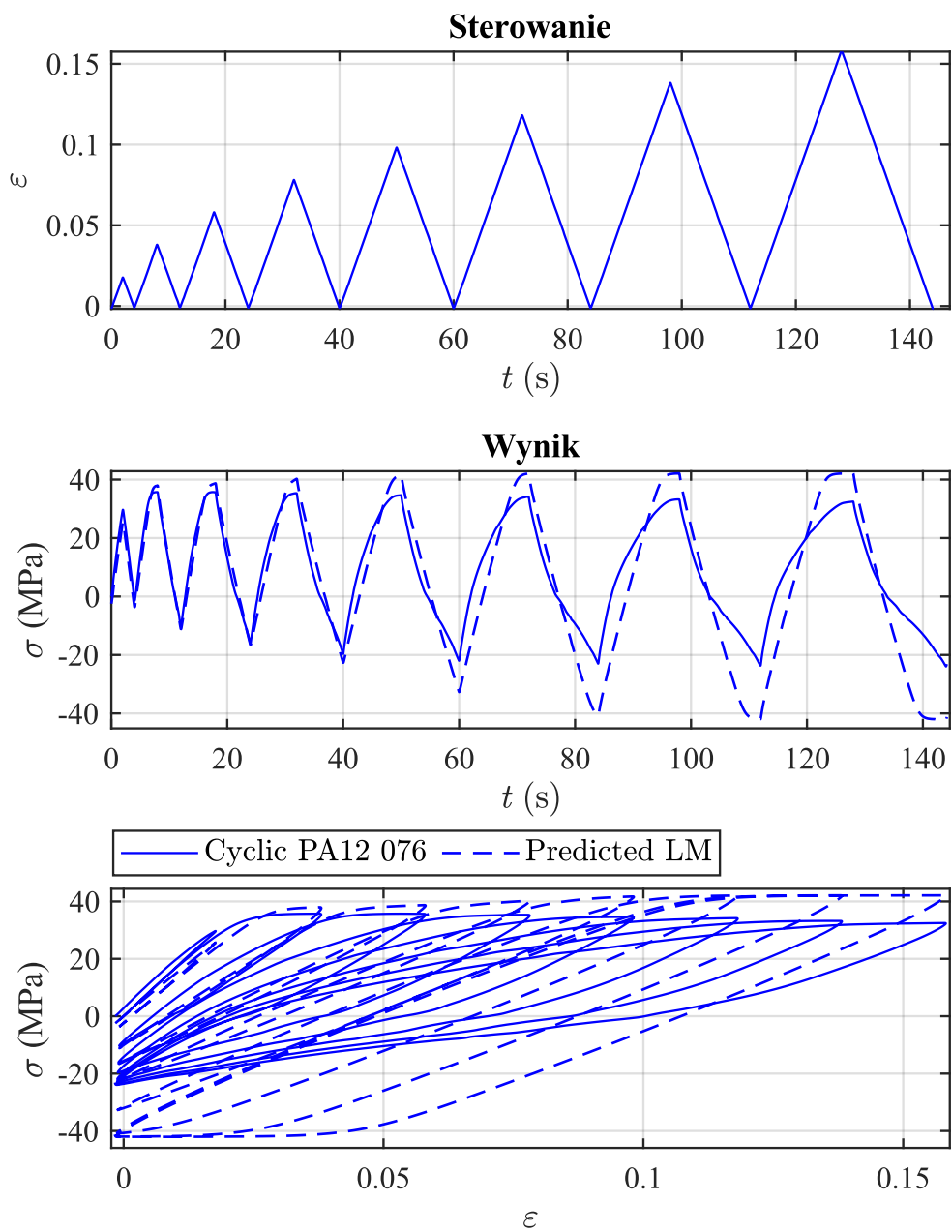
Tabela 25. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 076 PA12 – wyniki eksperymentalne vs. model Launay i in.

Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu Launay i in.		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxLM}$ (MPa)	$\sigma_{minLM}$ (MPa)		
1	29,7	-1,4	25,7	-3,7	-12,9	-7,4
2	35,7	-8,8	38	-11,2	5,2	-5,4
3	35,7	-16,1	38,7	-16,6	5,8	-1,0
4	35,3	-18,9	40,2	-22,7	9,0	-7,0
5	34,7	-21,2	41,7	-32,7	12,5	-20,6
6	34,2	-22,3	42,1	-40,9	14,0	-32,9
7	33,2	-23,1	42,1	-42	15,8	-33,6
8	32,5	-23,6	42,1	-42	17,1	-32,8

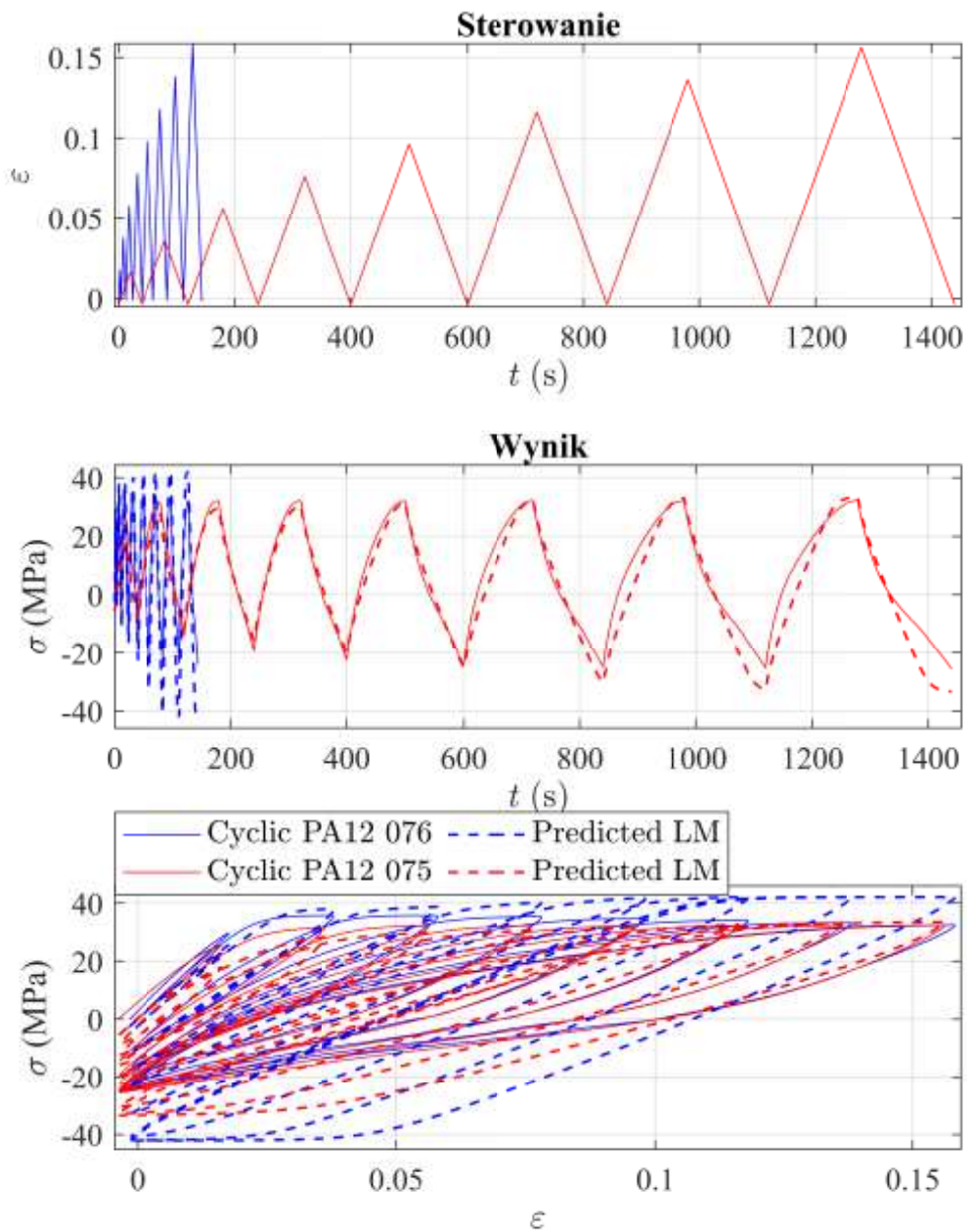
Tabela 26. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 075 PA12 – wyniki eksperymentalne vs. model Launay i in.

Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu Launay i in.		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxLM}$ (MPa)	$\sigma_{minLM}$ (MPa)		
1	25,4	-5	18	-8,7	-24,3	-12,2
2	31,4	-12,5	28,3	-12,3	-7,1	0,5
3	32,1	-19,1	29,8	-15,7	-4,5	6,6
4	32,2	-21,5	30,7	-19,8	-2,8	3,2
5	32,2	-23,8	31,8	-25,1	-0,7	-2,3
6	32,2	-24,9	32,6	-30,4	0,7	-9,6
7	32,2	-25,2	33,1	-32,7	1,6	-13,1
8	32,3	-25,5	33,5	-33,3	2,1	-13,5





Rys. 71. Wyniki modelowania próby cyklicznego rozciągania PA12 z narastającym poziomem odkształcenia – wyniki eksperymentalne vs. model Launay i in.



Rys. 72. Wyniki modelowania próby cyklicznego rozciągania PA12 z narastającym poziomem odkształcenia (porównanie dwóch prób z różnymi prędkościami odkształcenia) – wyniki eksperymentalne vs. model Launay i in.

Wyniki modelowania w zestawieniu z danymi eksperymentalnymi dla wyższych poziomów odkształceń zaprezentowano na rys. 73 i 74. Zestawienie wartości maksymalnych naprężeń dla poszczególnych cykli próby 078 przedstawiono w tabeli 27, natomiast dla próby 077 w tabeli 28. Pomimo ogólnie dobrego dopasowania wartości maksymalnych naprężeń w większości cykli próby 077, w końcowych cyklach model sugeruje szybsze osiągnięcie wartości maksymalnej oraz niemal stałe jej utrzymywanie pod koniec fazy obciążania. W danych eksperymentalnych proces ten przebiega bardziej płynnie. W przypadku próby 078

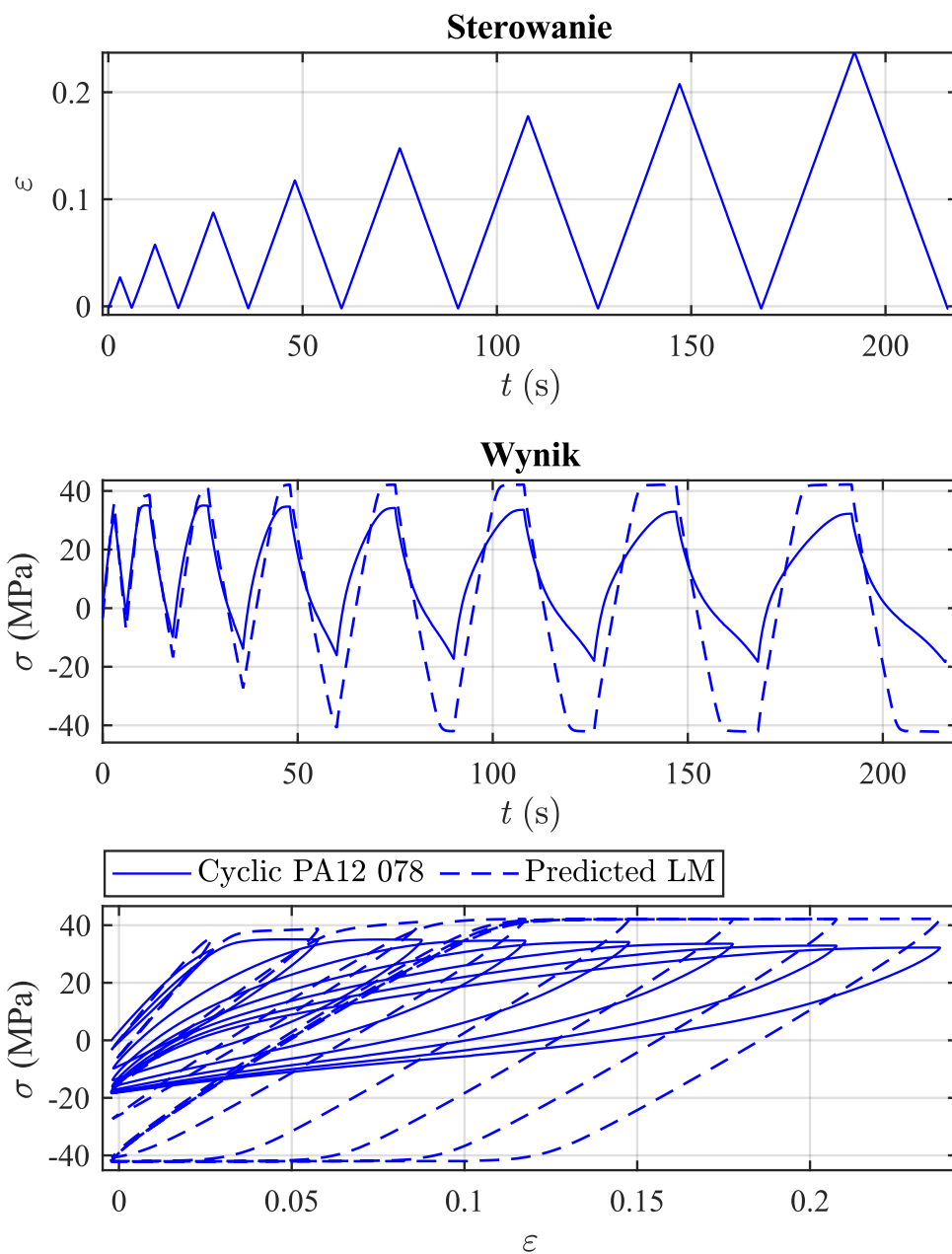
model charakteryzuje się gorszym odwzorowaniem maksymalnych wartości naprężeń w porównaniu do wcześniejszych prób cyklicznych.

Tabela 27. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 078 PA12 – wyniki eksperymentalne vs. model Launay i in.

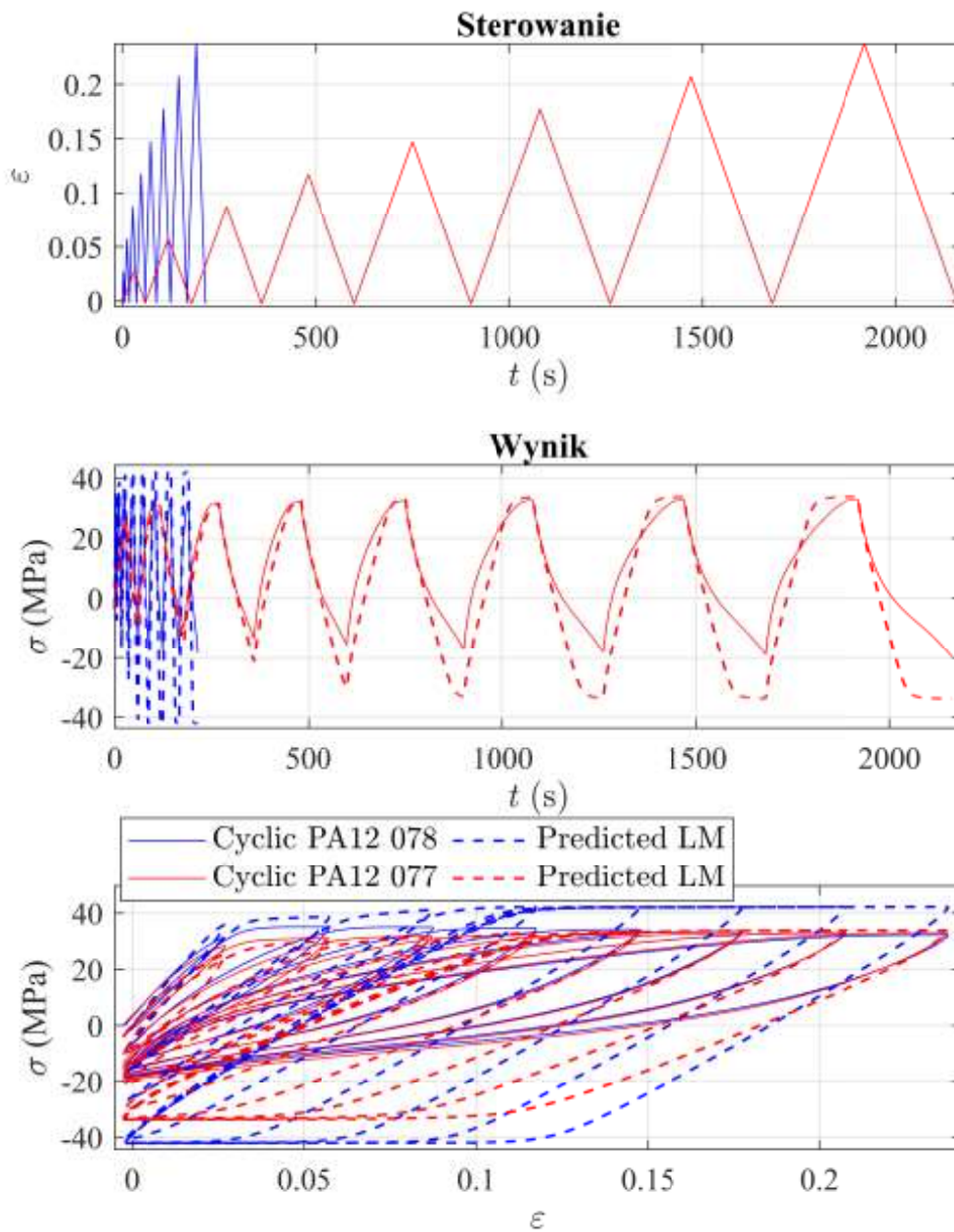
Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu Launay i in		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxLM}$ (MPa)	$\sigma_{minLM}$ (MPa)		
1	31,5	-2,1	35,9	-7,4	13,1	-15,8
2	35,1	-9,8	38,8	-16,7	8,2	-15,4
3	35	-13,9	41,2	-27,2	12,7	-27,2
4	34,7	-16,1	42,2	-40,8	14,8	-48,6
5	34,2	-17,3	42,2	-42	15,5	-48,0
6	33,6	-18	42,2	-42,1	16,7	-46,7
7	32,9	-18,3	42,2	-42,2	18,2	-46,7
8	32,3	-18,4	42,2	-42,2	19,5	-46,9

Tabela 28. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 077 PA12 – wyniki eksperymentalne vs. model Launay i in.

Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu Launay i in.		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxLM}$ (MPa)	$\sigma_{minLM}$ (MPa)		
1	28,4	-3,6	25,4	-10	-9,4	-20,0
2	31,1	-10,1	30,1	-14,8	-2,4	-11,4
3	31,8	-13,5	31,6	-21,4	-0,4	-17,4
4	32,2	-15,6	33	-30,2	1,7	-30,5
5	32,5	-17,1	33,4	-33,1	1,8	-32,3
6	32,7	-18,2	33,7	-33,6	2,0	-30,3
7	32,9	-19	33,8	-33,7	1,7	-28,3
8	32,9	-19,6	33,8	-33,7	1,7	-26,9



Rys. 73. Wyniki modelowania próby cyklicznego rozciągania PA12 z narastającym poziomem odkształcenia (wyższe poziomy odkształcenia maksymalnego)– wyniki eksperymentalne vs. model Launay i in.



Rys. 74. Wyniki modelowania próby cyklicznego rozciągania PA12 z narastającym poziomem odkształcenia (porównanie dwóch prób z różnymi prędkościami odkształcenia) – wyniki eksperymentalne vs. model Launay i in.

Na rys. 75 i 76 przedstawiono wyniki modelowania materiału PA12 w próbach cyklicznych, w których odkształcenie pomiędzy cyklami było utrzymywane na stałym poziomie. Zbiorcze zestawienie wartości maksymalnych i minimalnych naprężeń dla próby 080 przed fazą utrzymywania stałego odkształcenia przedstawiono w tabeli 29, a analogiczne dane dla końca tej fazy w tabeli 30. Dokładność odwzorowania krzywych naprężenie-odkształcenie jest niższa w porównaniu z wcześniej omawianymi próbami cyklicznymi. Szczególnie w przypadku wartości minimalnych model przewiduje znacznie niższe naprężenia niż wynika to z eksperymentu. W próbie 080 w ostatnich cyklach wartość bezwzględna naprężenia

minimalnego jest zbliżona do wartości naprężenia przy maksymalnym odkształceniu w danym cyklu. W próbie 082 model również wykazuje podobną tendencję, tj. mniejsze błędy podczas rozciągania w porównaniu do fazy powrotu do wartości początkowej odkształcenia.

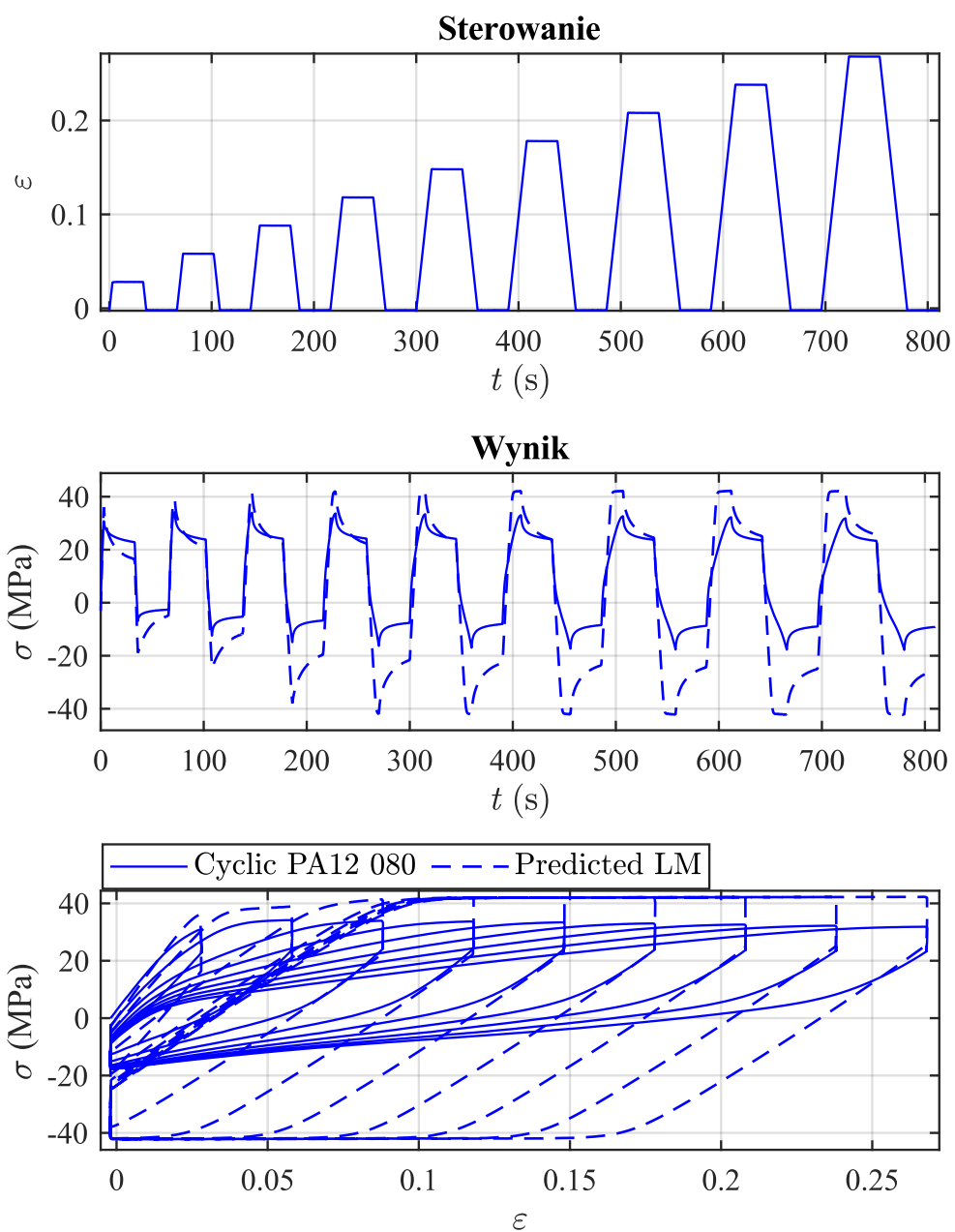
Tabela 29. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 080 PA12 w fazie przed utrzymywaniem stałej wartości odkształcenia – wyniki eksperymentalne vs. model Launay i in.

Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu Launay i in.		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxLM}$ (MPa)	$\sigma_{minLM}$ (MPa)		
1	30,8	-6,9	36	-18,9	13,8	-31,9
2	34,2	-12,4	38,9	-24,6	10,1	-26,2
3	33,9	-14,9	41,4	-37,9	15,2	-47
4	33,7	-16,3	42	-41,9	16,6	-51,3
5	33,4	-17	42,1	-42	17,2	-49,7
6	33	-17,3	42,1	-42,1	18,1	-49,1
7	32,6	-17,7	42,2	-42,2	19	-48,6
8	32,2	-17,7	42,2	-42,2	20	-49
9	31,9	-17,8	42,3	-42,3	20,9	-49,2

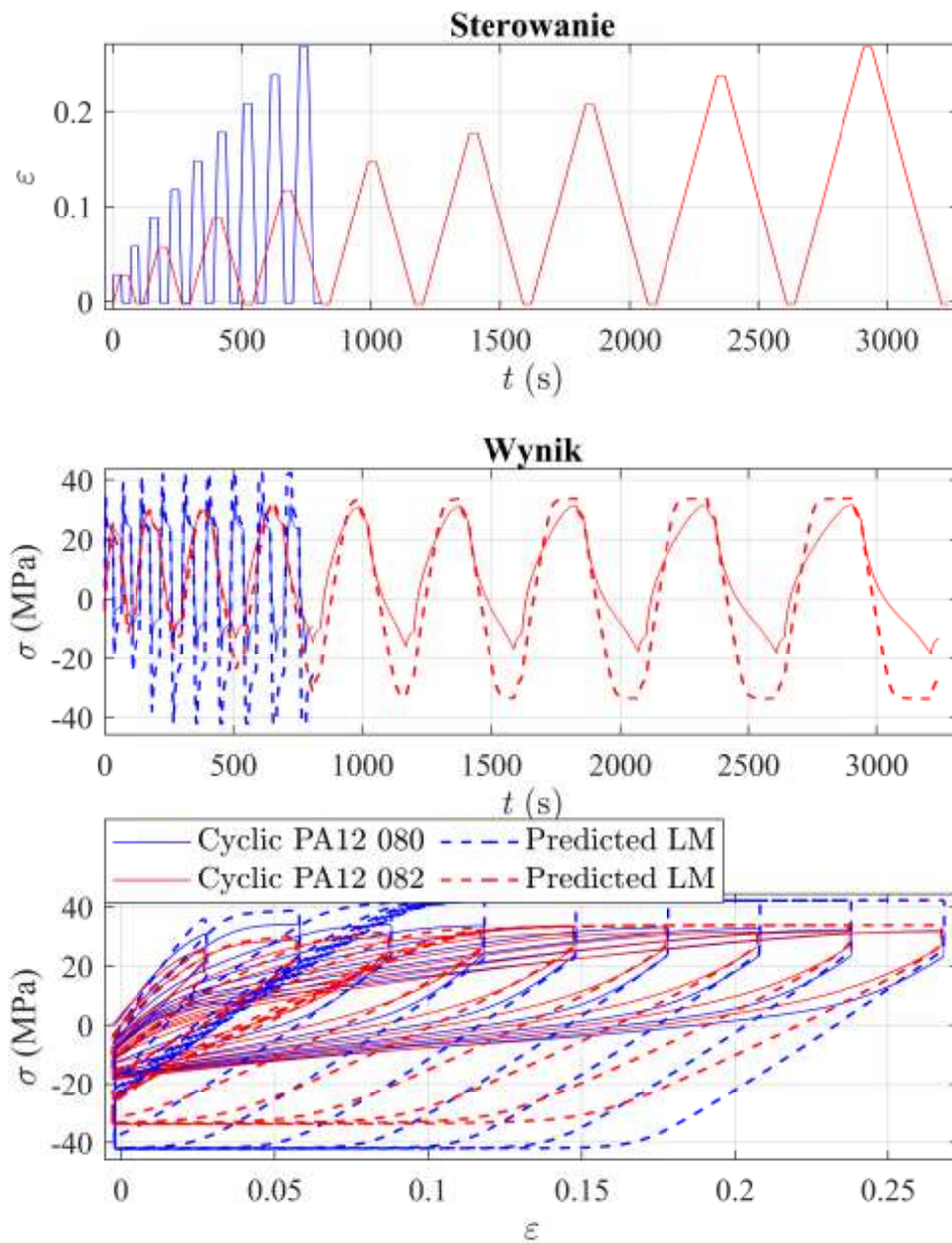
Tabela 30. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 080 PA12 w fazie po utrzymywaniem stałej wartości odkształcenia – wyniki eksperymentalne vs. model Launay i in.

Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu Launay i in.		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxLM}$ (MPa)	$\sigma_{minLM}$ (MPa)		
1	22,8	-2,6	16,5	-5	20,1	-49,3
2	23,8	-5,3	21	-11,8	20,11	-49,4
3	24,1	-6,7	22,5	-19,6	20,12	-49,5
4	24,2	-7,6	22,3	-21,7	20,13	-49,6
5	24,1	-8	23	-22,7	20,14	-49,7
6	23,9	-8,4	23,8	-23,6	20,15	-49,8
7	23,7	-8,7	24,5	-24,4	20,16	-49,9
8	23,5	-8,9	25,1	-24,8	20,17	-49,1
9	23,3	-9,1	25,6	-25,5	20,18	-49,11





Rys. 75. Wyniki próby cyklicznego rozciągania PA12 z narastającym poziomem odkształcenia oraz utrzymywaniem stałego odkształcenia pomiędzy cyklami – wyniki eksperymentalne vs. model Launay i in.



Rys. 76. Wyniki próby cyklicznego rozciągania PLA z narastającym poziomem odkształcenia oraz utrzymywaniem stałego odkształcenia pomiędzy cyklami (porównanie dwóch prób z różnymi prędkościami odkształcenia i czasami utrzymywania stałego odkształcenia) – wyniki eksperymentalne vs. model Launay i in.

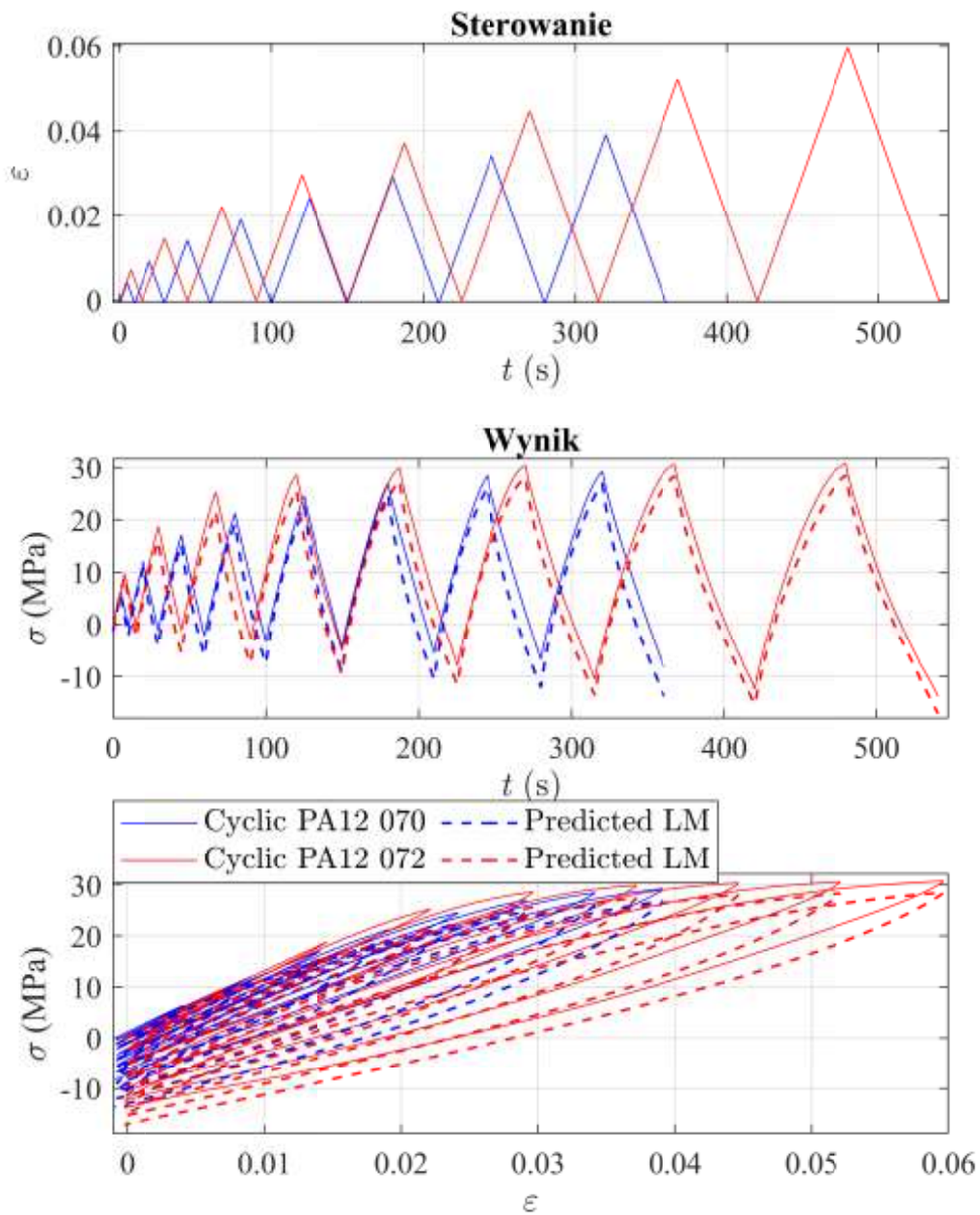
Na rys. 77 zaprezentowano wyniki modelowania cyklicznych prób PA12, w których zastosowano jednakowe prędkości odkształcenia, lecz różne wartości odkształceń maksymalnych. Tabele 31 i 32 zawierają zestawienie wartości maksymalnych i minimalnych naprężeń dla poszczególnych cykli. W porównaniu z wcześniejszymi próbami 078 i 077, modelowanie wykazuje większą dokładność. Niemniej jednak, zarówno dla próby 070, jak i 072, model zaniża wartości maksymalne i minimalne naprężenia w odniesieniu do wyników eksperymentalnych.

Tabela 31. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 070 PA12 – wyniki eksperymentalne vs. model Launay i in.

Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu Launay i in.		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxLM}$ (MPa)	$\sigma_{minLM}$ (MPa)		
1	6,4	-0,4	5,7	-2,1	-10,3	-25,0
2	12,1	-1,2	11	-4,1	-8,3	-21,8
3	17,1	-2,2	15,4	-5,9	-8,8	-19,2
4	21,3	-3,3	19,2	-7,5	-8,5	-17,1
5	24,5	-4,4	22,5	-9	-6,9	-15,9
6	27	-5,5	24,8	-10,5	-6,8	-15,4
7	28,5	-6,7	26,1	-12	-6,8	-15,1
8	29,2	-8,2	26,8	-13,6	-6,4	-14,4

Tabela 32. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 072 PA12 – wyniki eksperymentalne vs. model Launay i in.

Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu Launay i in.		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxLM}$ (MPa)	$\sigma_{minLM}$ (MPa)		
1	9,70	-0,2	9,2	-2,4	-5,1	-22,2
2	18,80	-1,1	16	-5,4	-14,1	-21,6
3	25,30	-2,7	21,6	-7,5	-13,2	-17,1
4	28,60	-5,1	25,6	-9,5	-8,9	-13,1
5	29,90	-8	27,5	-11,5	-6,3	-9,2
6	30,40	-10,5	28,1	-13,6	-5,6	-7,6
7	30,60	-12,4	28,3	-15,4	-5,3	-7,0
8	30,80	-13,8	28,5	-17,1	-5,2	-7,4



Rys. 77. Wyniki prób cyklicznego rozciągania PA12 z taką samą prędkością odkształcenia i różnymi poziomami zadanego odkształcenia maksymalnego – wyniki eksperymentalne vs. model Launay i in.

## 5.2.2. Model Bergstrom-Boyce (BB)

### 5.2.2.1. PLA

Wartości parametrów modelu BB dla PLA, wyznaczone na podstawie prób monotonicznego rozciągania (próby 003  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-2}$ , 026  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-7}$ , 036  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-2}$ , 040) oraz próby cyklicznej (próba 050), zestawiono w tabeli 33. Na podstawie tych wartości parametrów zostały przedstawione dalsze wyniki modelowania dla PLA. Parametry  $\lambda^{lock}$ ,  $\kappa$  oraz  $\hat{t}_{cut}$  przyjęto zgodnie z danymi literaturowymi [5,66,70]. Ponieważ badany materiał nie wykazywał cech zbliżonych dla gumy, tj. bardzo dużych odkształceń, a przeprowadzone

próby miały charakter jednoosiowy, to można było pominąć wyznaczanie tych parametrów bez istotnego wpływu na wynik. Proces wyznaczania parametrów modelu opierał się na minimalizacji błędu modelu względem danych doświadczalnych. W celu oceny zgodności wyników modelowania z wynikami eksperymentalnymi zastosowano współczynnik NMAD, szczegółowo opisany w podrozdziale 4.2.

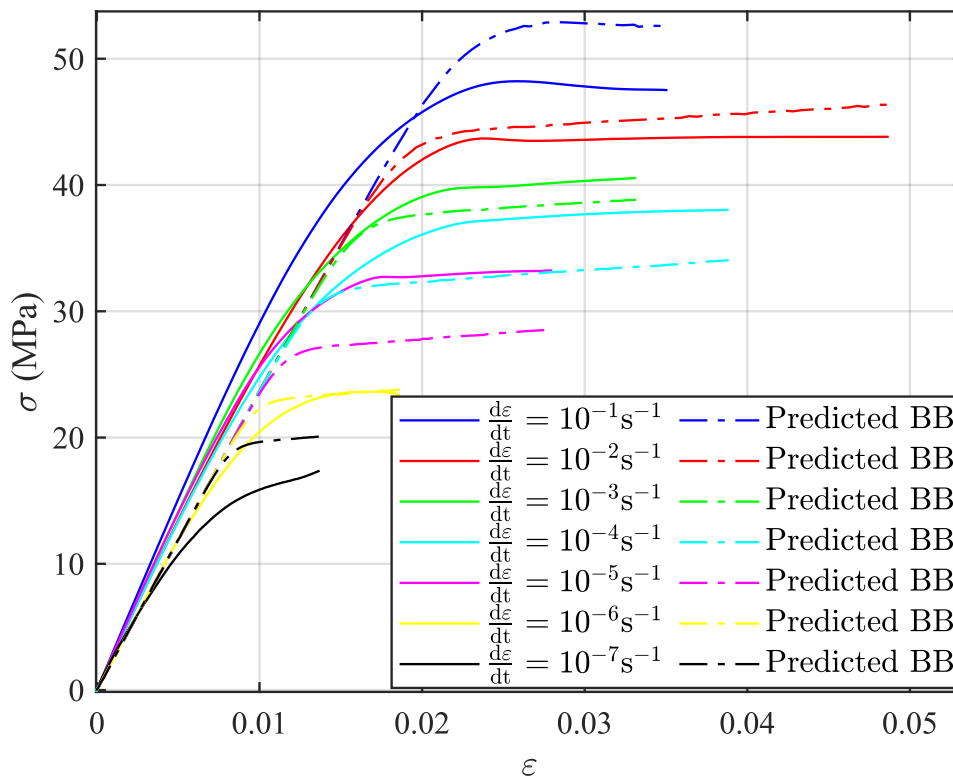
Tabela 33. Wyznaczone wartości parametrów materiałowych PLA modelu BB.

<b>Parametr modelu</b>	<b>Symbol</b>	<b>Wartość</b>	<b>Jednostka</b>
Moduł styczny sieci A	$\mu_A$	42,2	MPa
Blokująca wartość współczynnika rozciągania (stretch ratio)	$\lambda^{lock}$	3,5	-
Moduł sprężystości objętościowej	$\kappa$	50000	MPa
Współczynnik sztywności sieci B względem sieci A	$s_B$	17,9	-
Stała materiałowa	$\xi$	0,0870	-
Wykładnik funkcji przepływu	$C$	-1,62	-
Bazowy opór przepływu	$\tau_{base}$	63,3	MPa
Graniczny opór przepływu	$\hat{\tau}_{cut}$	0,01	MPa
Wykładnik funkcji rampowej	$m$	13,5	-

Wyniki modelowania w porównaniu z danymi eksperymentalnymi dla prób monotonicznego rozciągania z różnymi prędkościami odkształcenia zostały przedstawione na rys. 78. Podsumowanie wartości maksymalnych naprężeń dla poszczególnych prędkości odkształcenia zamieszczono w tabeli 34. Model częściowo odwzorowuje początkowe quasi-liniowe zachowanie materiału; jednak wraz ze wzrostem prędkości odkształcenia nie obserwuje się oczekiwanego zmniejszenia nachylenia krzywej. Mimo to, część quasi-liniowa jest najlepiej dopasowana dla próby z prędkością  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-6} s^{-1}$ . Największa zgodność wartości maksymalnych naprężeń występuje dla prędkości  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-2} s^{-1}$ ,  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-3} s^{-1}$  oraz  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-6} s^{-1}$ . We wszystkich przypadkach model wykazuje znaczną zależność od prędkości odkształcenia.

Tabela 34. Porównanie wyników doświadczalnych naprężenia maksymalnego próby z różnymi prędkościami odkształcenia z wynikami modelu BB dla PLA.

Zadana prędkość odkształcenia $\frac{d\varepsilon}{dt} \left(\frac{1}{s}\right)$	Naprężenie maksymalne z eksperymentu $\sigma_{max}$ (MPa)	Naprężenie maksymalne z modelu $\sigma_{max}$ (MPa)	Różnica procentowa (%)
$10^{-1}$	48,2	52,9	9,7
$10^{-2}$	43,8	46,4	5,8
$10^{-3}$	40,6	38,8	-4,3
$10^{-4}$	38	34	-10,5
$10^{-5}$	33,2	28,6	-14,1
$10^{-6}$	23,6	23,8	0,8
$10^{-7}$	17,4	20,1	15,6



Rys. 78. Wyniki modelowania zachowania PLA w porównaniu do wyników eksperymentalnych dla próby monotonicznego rozciągania z różnymi prędkościami odkształcenia (model BB).

Wyniki modelowania (model BB) zachowania PLA dla prób cyklicznych 053 i 050 zostały przedstawione na rys. 79 i 80. Zestawienie wartości maksymalnych i minimalnych naprężeń wraz z błędami modelowania dla poszczególnych cykli znajduje się w tabeli 35 (próba 053) oraz tabeli 36 (próba 050). Model skutecznie odwzorowuje wartości maksymalne i minimalne naprężeń, zwłaszcza w końcowych cyklach, z wyjątkiem wartości minimalnych w ostatnich cyklach dla prób 053 i 050. Najwyższy błąd dla wartości maksymalnych wynosi  $\delta_{max} = -15,5\%$  w pierwszym cyklu próby 053, a dla wartości minimalnych  $\delta_{max} = -16,9\%$  w próbie 050. Model poprawnie odtwarza nieliniowe zachowanie materiału oraz przewiduje zjawisko ściskania na końcach cykli, gdy odkształcenie powraca do wartości początkowej.

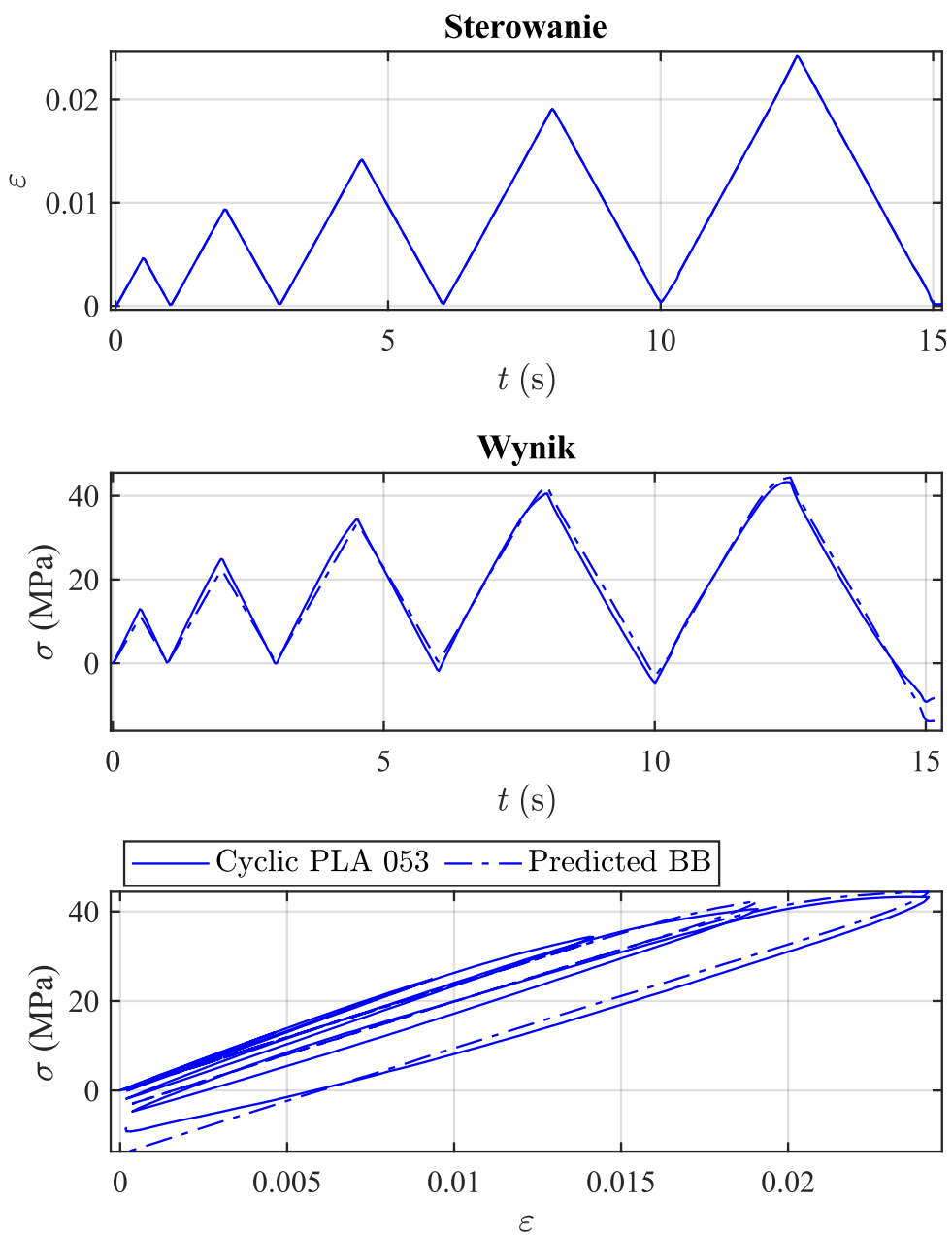


Tabela 35. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 053 PLA – wyniki eksperymentalne vs. model BB.

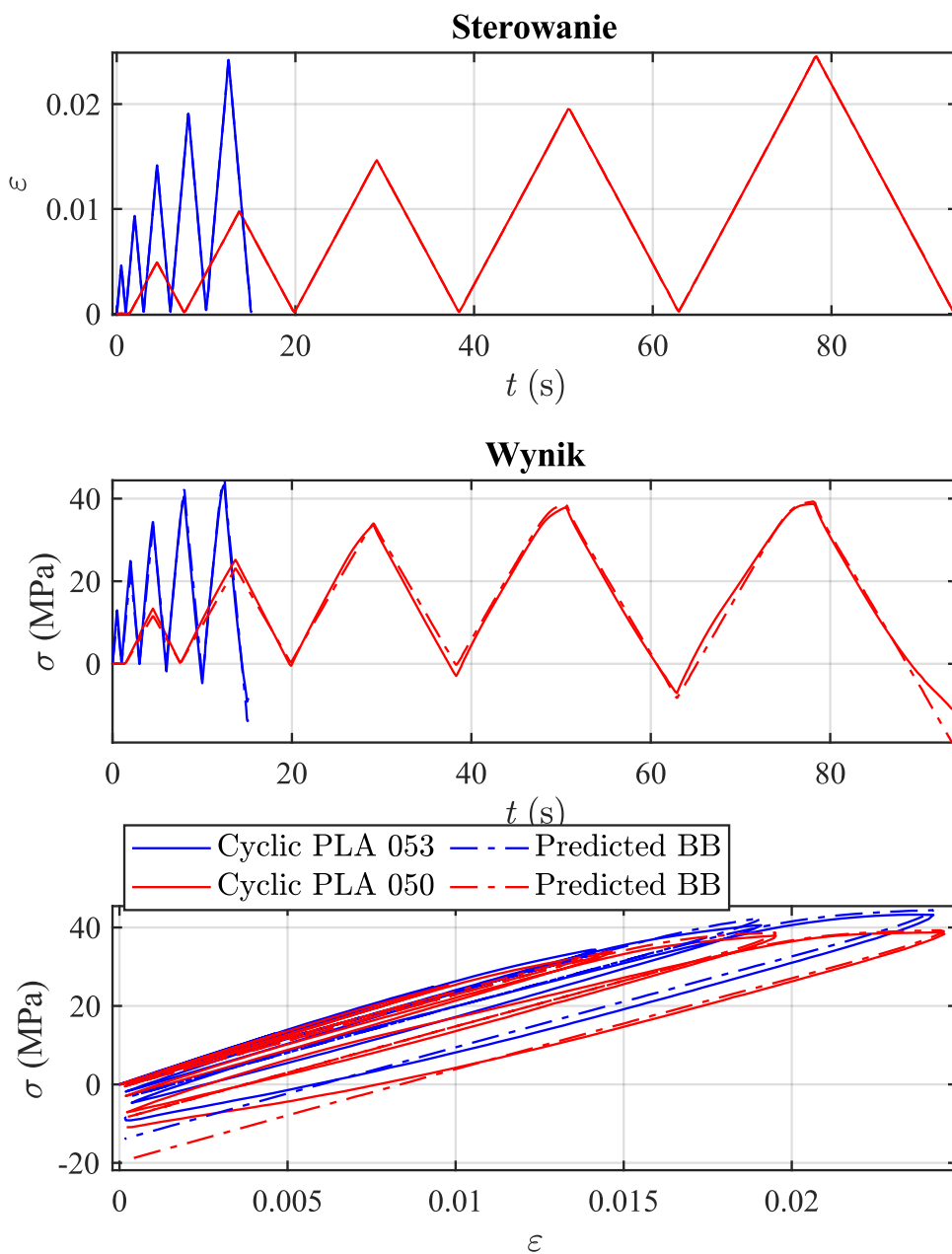
Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu BB		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxBB}$ (MPa)	$\sigma_{minBB}$ (MPa)		
1	13	0,1	11	0,3	-15,5	1,6
2	24,9	-0	22,1	0,5	-11,2	2,0
3	34,3	-1,8	33,3	0,3	-2,8	5,8
4	40,6	-4,7	42,2	-3	3,5	3,8
5	43,3	-9,2	44,4	-13,8	2,1	-8,8

Tabela 36. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 050 PLA – wyniki eksperymentalne vs. model BB.

Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu BB		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxBB}$ (MPa)	$\sigma_{minBB}$ (MPa)		
1	13,4	0,2	11,6	0,4	-13,6	1,5
2	25,2	-0,5	23,2	0,3	-7,8	3,1
3	33,6	-3	34,1	-0,3	1,4	7,4
4	37,9	-7,1	38,7	-8,3	1,8	-2,7
5	38,7	-10,9	39,3	-19,3	1,2	-16,9



Rys. 79. Wyniki modelowania próby cyklicznego rozciągania PLA z narastającym poziomem odkształcenia – wyniki eksperymentalne vs. model BB.



Rys. 80. Wyniki modelowania próby cyklicznego rozciągania PLA z narastającym poziomem odkształcenia (porównanie dwóch prób z różnymi prędkościami odkształcenia) – wyniki eksperymentalne vs. model BB.

Na rys. 81 i 82 przedstawiono wyniki modelowania zachowania PLA w cyklicznych próbach, w których odkształcenie było utrzymywane na stałym poziomie pomiędzy cyklami. Zbiorcze zestawienie maksymalnych i minimalnych naprężeń dla próby 051 przed fazą utrzymywania stałego odkształcenia znajduje się w tabeli 37, a dla końca tej fazy w tabeli 38 Model dokładniej odwzorowuje wartości maksymalne naprężeń. Zauważono, że model przewiduje zmniejszenie naprężenia podczas fazy utrzymywania zadanego odkształcenia, jednakże to odwzorowanie jest niedoszacowane w porównaniu z danymi eksperymentalnymi,

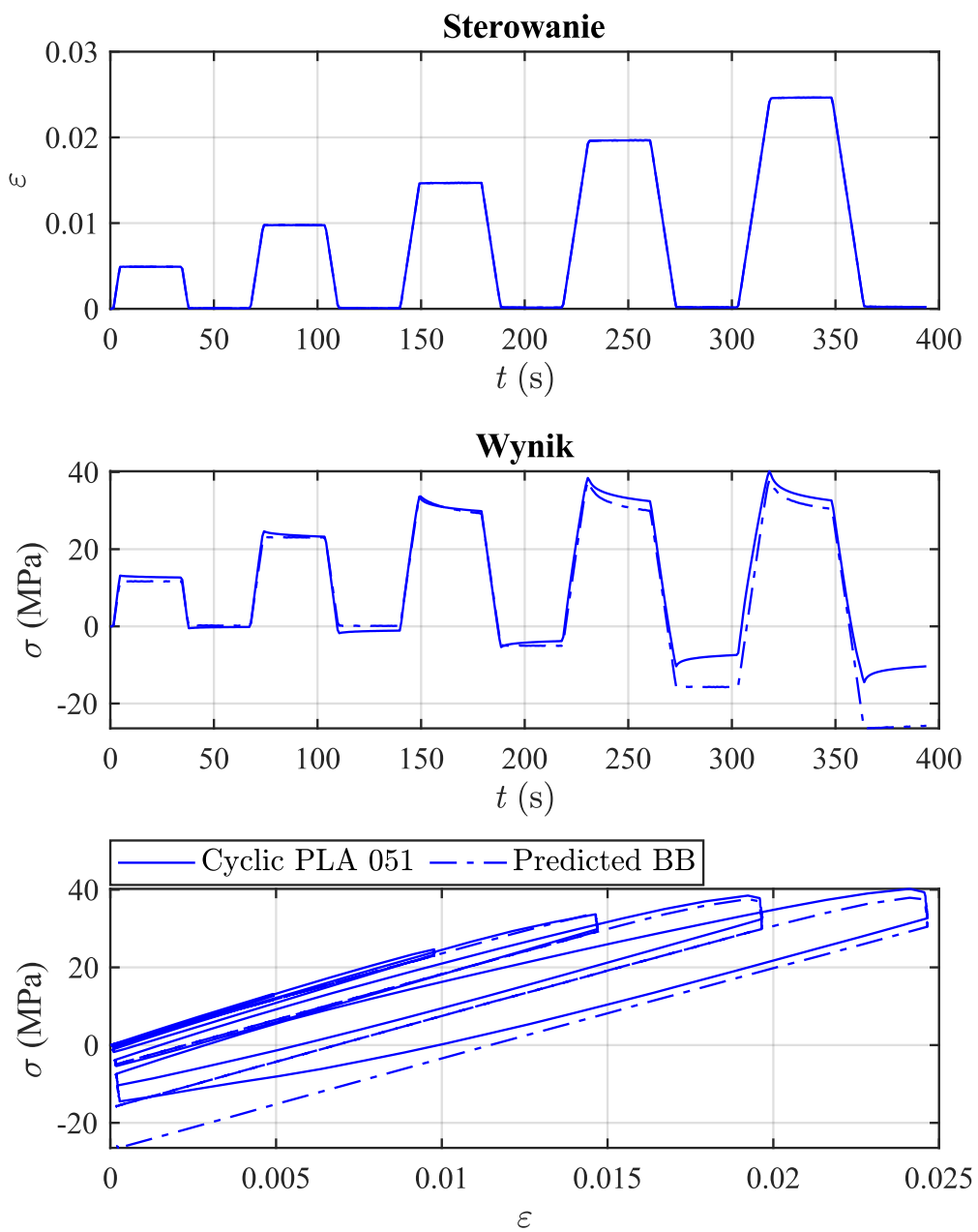
szczególnie przy początkowym zadanym odkształceniu. Największe błędy modelu występują dla wartości minimalnych w dwóch ostatnich cyklach.

Tabela 37. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 051 w fazie przed utrzymywaniem stałej wartości odkształcenia – wyniki eksperymentalne vs. model BB.

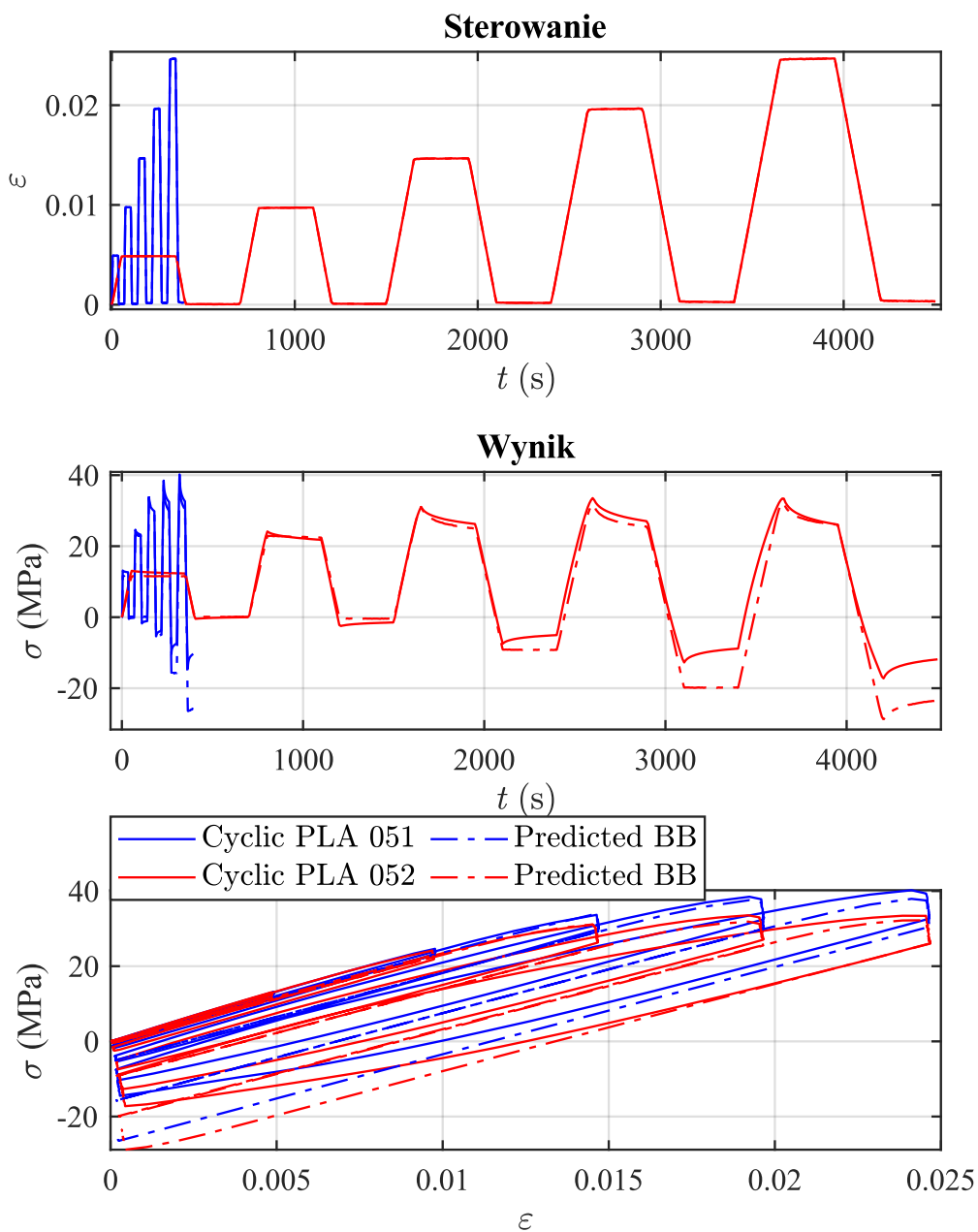
Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu BB		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxBB}$ (MPa)	$\sigma_{minBB}$ (MPa)		
1	13,2	-0,5	11,7	0,2	-10,9	5,1
2	24,6	-1,8	23,2	0,2	-5,3	7,6
3	33,7	-5,4	34	-4,9	0,8	1,3
4	38,5	-10,4	37,6	-15,6	-1,8	-10,6
5	40,2	-14,5	37,9	-26,4	-4,2	-21,8

Tabela 38. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 051 w fazie po utrzymywaniu stałej wartości odkształcenia – wyniki eksperymentalne vs. model BB.

Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu BB		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxBB}$ (MPa)	$\sigma_{minBB}$ (MPa)		
1	12,7	-0,2	11,7	0,2	-7,8	3,1
2	23,2	-1,1	23	0,1	-0,8	4,9
3	29,8	-3,8	29,2	-5,1	-1,8	-3,9
4	32,4	-7,4	30	-15,7	-6,0	-20,9
5	32,6	-10,4	30,5	-25,8	-4,9	-35,8

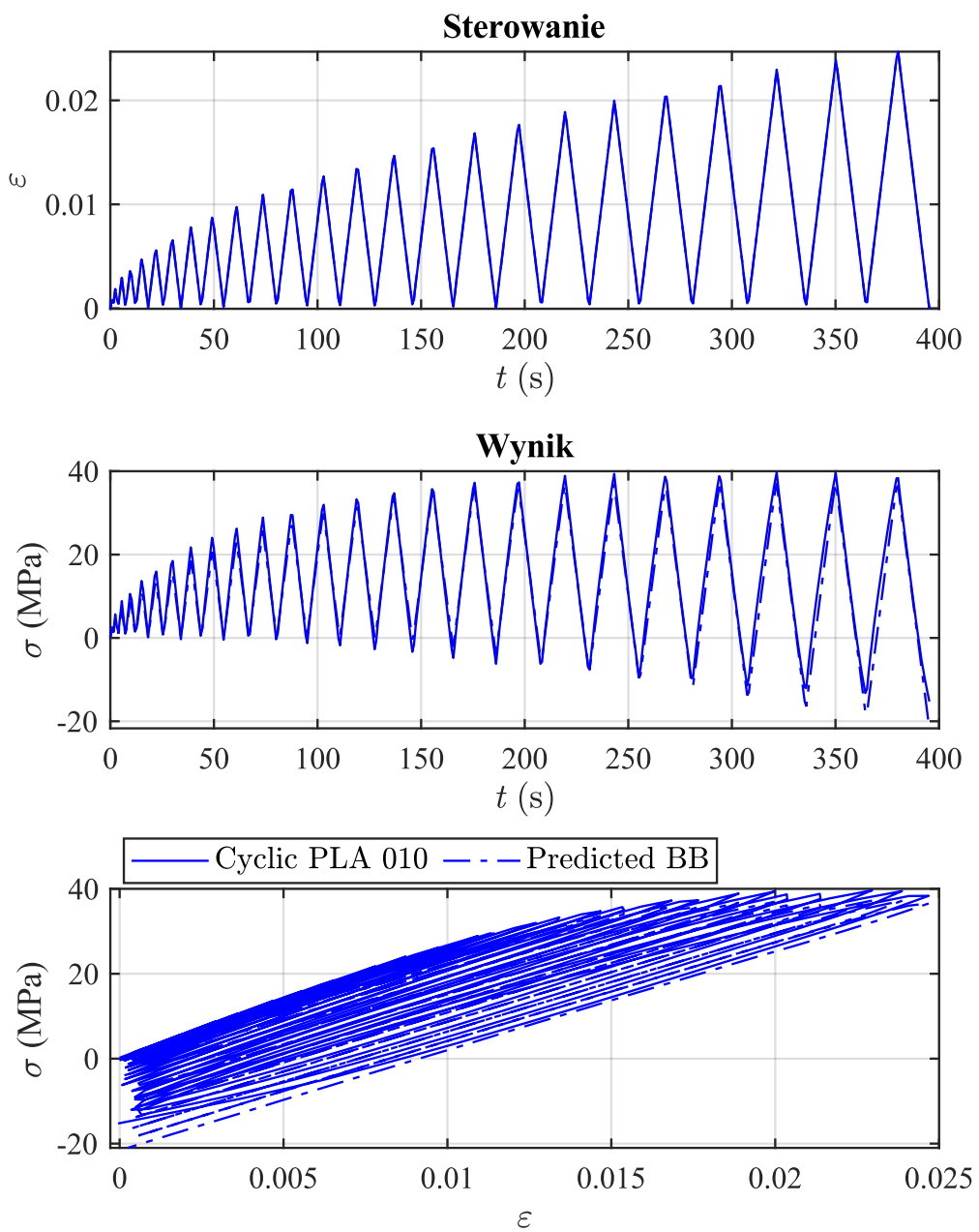


Rys. 81. Wyniki próby cyklicznego rozciągania PLA z narastającym poziomem odkształcenia oraz utrzymywaniem stałego odkształcenia pomiędzy cyklami – wyniki eksperymentalne vs. model BB.

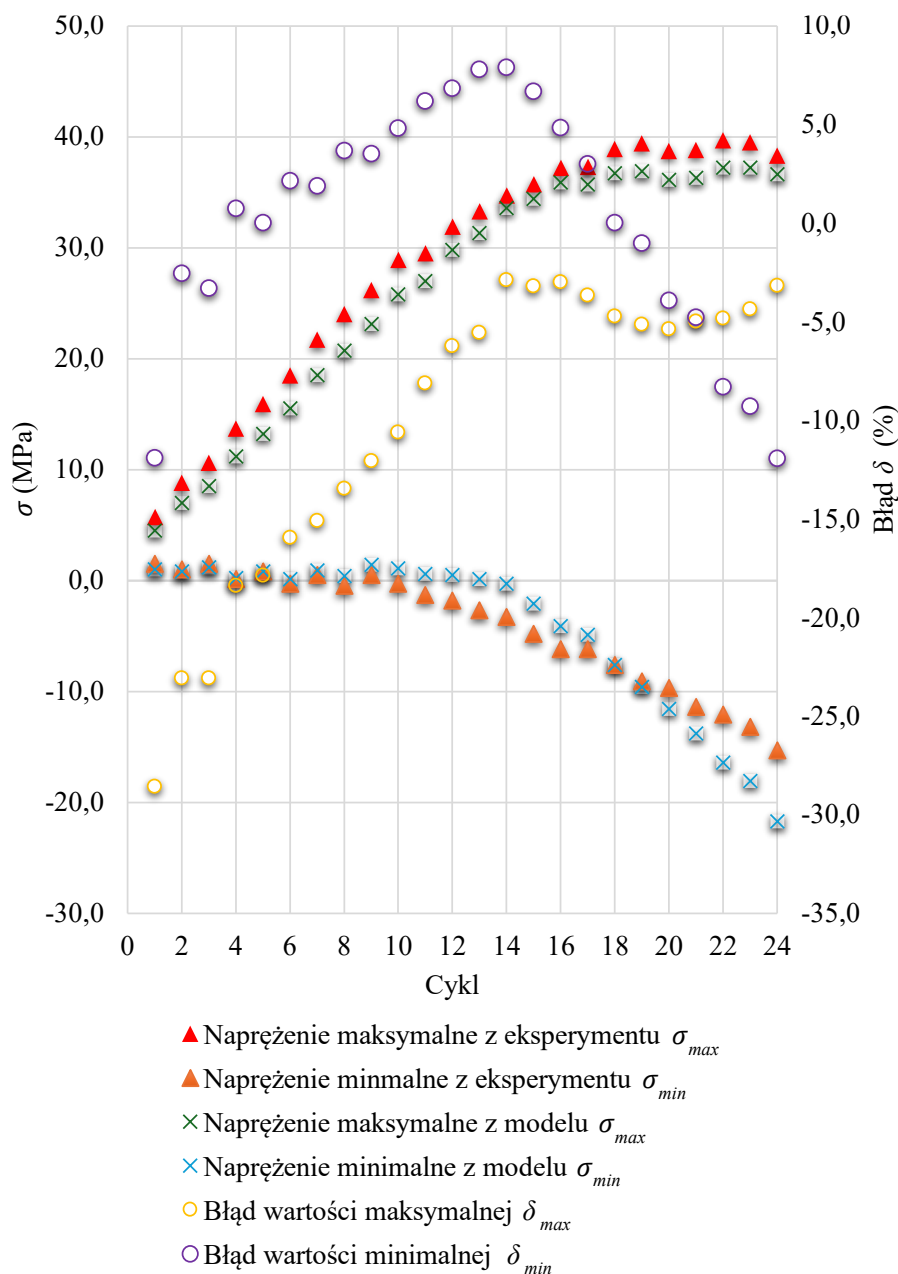


Rys. 82. Wyniki próby cyklicznego rozciągania PLA z narastającym poziomem odkształcenia oraz utrzymywaniem stałego odkształcenia pomiędzy cyklami (porównanie dwóch prób z różnymi prędkościami odkształcenia i czasami utrzymywania stałego odkształcenia)– wyniki eksperymentalne vs. model BB.

Rys. 83 przedstawia wyniki próby rozciągania z narastającym poziomem odkształcenia (próba cykliczna z dwudziestoma czterema cyklami). Wartości maksymalne i minimalne wraz z błędami zostały pokazane na rys. 84. Zauważalny jest spadek odwzorowania wartości maksymalnych naprężeń w początkowych cyklach. Wartości maksymalne i minimalne są odwzorowywane przez model, co świadczy o dobrej zgodności modelu z wynikami eksperymentalnymi.



Rys. 83. Cykliczne rozciągania próby 010 wykonanej z PLA – wyniki eksperymentalne vs. model BB.



Rys. 84. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 010 – wyniki eksperymentalne vs. model BB.

#### 5.2.2.2. PA12

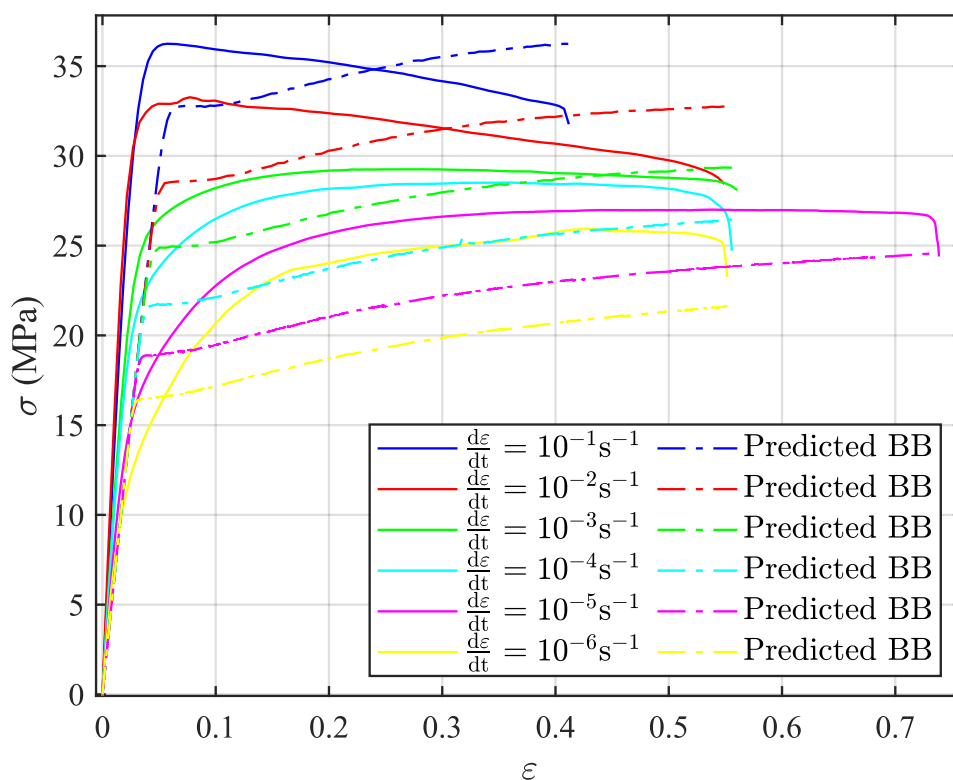
Parametry modelu BB dla PA12, wyznaczone na podstawie prób monotonicznego rozciągania (próby 053  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-3}$ , 059  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-1}$ ) oraz próby cyklicznej (próba 082), zestawiono w tabeli 39. Na podstawie tych parametrów przeprowadzono dalsze modelowanie dla PA12. Podobnie jak w przypadku PLA z tego samego powodu, wartości parametrów  $\lambda^{lock}$ ,  $\kappa$  oraz  $\hat{\tau}_{cut}$  przyjęto na podstawie literatury [5,66,70], kalibracja modelu polegała na minimalizacji błędu względem danych eksperymentalnych. Zastosowano współczynnik NMAD (tak samo jak dla materiału PLA), omówiony w rozdziale 4.2, do oceny zgodności wyników modelowania z wynikami eksperymentalnymi.



Tabela 39. Wyznaczone wartości parametrów materiałowych PLA modelu BB.

Parametr modelu	Symbol	Wartość	Jednostka
Moduł styczny sieci A	$\mu_A$	6,06	MPa
Blokująca wartość współczynnika rozciągania (stretch ratio)	$\lambda^{lock}$	3,5	-
Moduł sprężystości objętościowej	$\kappa$	50000	MPa
Współczynnik sztywności sieci B względem sieci A	$s_B$	33,3	-
Stała materiałowa	$\xi$	0,00494	-
Wykładnik funkcji przepływu	$C$	-1,89	-
Bazowy opór przepływu	$\tau_{base}$	59,6	MPa
Graniczny opór przepływu	$\hat{\tau}_{cut}$	15,4	MPa
Wykładnik funkcji rampowej	$m$	0,01	-

Wyniki modelowania zachowania PA12 w próbach monotonicznego rozciągania przy różnych prędkościach odkształcenia przedstawiono na rys. 85, a podsumowanie maksymalnych wartości naprężenia dla każdej prędkości odkształcenia znajduje się w tabeli 40. Model BB nie odzwierciedla zmiany pochylenia w części quasi-liniowej krzywej przy zmianie prędkości odkształcenia. Może to wynikać z tego, że model BB opiera się na określonych założeniach dotyczących lepko-sprężystego i lepko-plastycznego zachowania materiałów, które mogą nie uwzględniać specyficznych właściwości próbek PA12 wykonanych metodą FDM. Choć przewidywania maksymalnych wartości odkształcenia są bliższe doświadczalnym niż w modelu Launay i in., model BB osiąga te wartości dopiero pod koniec próby, podczas gdy w danych eksperymentalnych wartości maksymalne są osiągane przy mniejszym odkształceniu, a następnie stabilizują się lub spadają (z wyjątkiem próby o prędkości odkształcenia  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ ). Kształt krzywej rozciągania w modelu różni się od obserwowanego w eksperymencie. Te rozbieżności mogą wynikać z niedokładnego wyznaczenia parametrów materiałowych dla PA12, co w kontekście modelowania może prowadzić do błędnych prognoz.



Rys. 85. Wyniki modelowania zachowania PA12 w porównaniu do wyników eksperymentalnych dla próby monotonicznego rozciągania z różnymi prędkościami odkształcenia (model BB).

Tabela 40. Porównanie wyników doświadczalnych naprężenia maksymalnego próby z różnymi prędkościami odkształcenia z wynikami modelu BB dla PA12.

Zadana prędkość odkształcenia $\frac{d\varepsilon}{dt}$ ( $\frac{1}{s}$ )	Naprężenie maksymalne z eksperymentu $\sigma_{max}$ (MPa)	Naprężenie maksymalne z modelu $\sigma_{max}$ (MPa)	Różnica procentowa (%)
$10^{-1}$	36,2	36,2	-0
$10^{-2}$	33,3	32,8	-1,5
$10^{-3}$	29,3	29,4	0,4
$10^{-4}$	28,6	26,5	-7,2
$10^{-5}$	27,0	24,6	-8,9
$10^{-6}$	25,9	21,6	-16,6

Wyniki modelowania zachowania materiału PA12 w cyklicznych próbach rozciągania 076 i 075 zostały przedstawione na rys. 86 i 87. Porównanie wartości maksymalnych i minimalnych

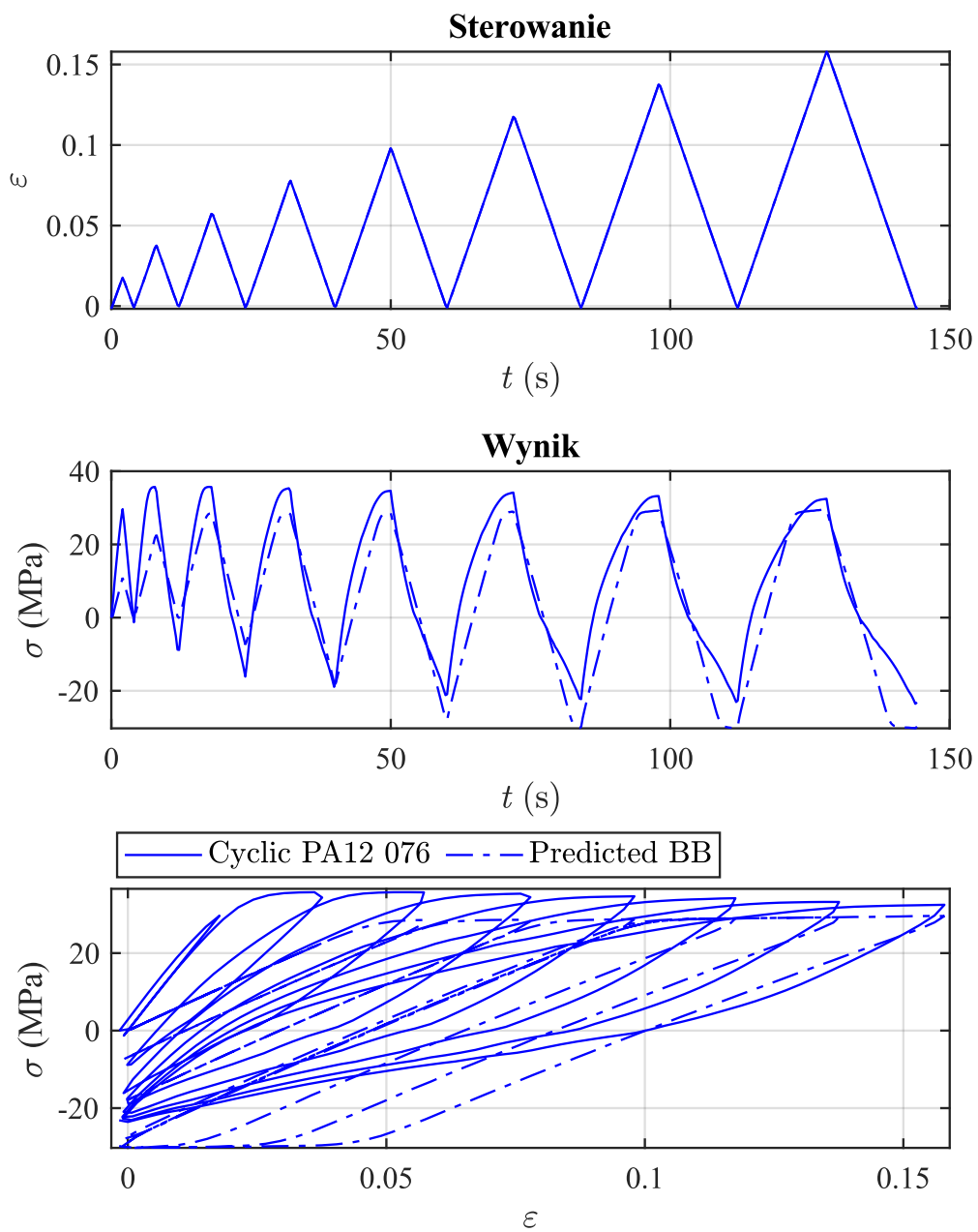
naprężenia oraz błędów modelowania w poszczególnych cyklach dla próby 076 znajduje się w tabeli 41 oraz dla próby 075 tabeli 42. Analiza wyników ujawnia, że model nieprecyzyjnie przewiduje maksymalne naprężenie w pierwszych cyklach obu prób, przy czym wartości maksymalnego naprężenia są systematycznie niedoszacowane w każdym cyklu. W przypadku próby 076 najdokładniejsze dopasowanie uzyskano w ostatnim cyklu, gdzie błąd wyniósł  $\delta_{max} = -5,2\%$  dla naprężeń maksymalnych oraz  $\delta_{min} = -11,9\%$  dla naprężeń minimalnych. W zakresie naprężeń minimalnych, model niedoszacowuje naprężenia ściskającego podczas odciążania w początkowych cyklach, natomiast w ostatnich cyklach wartości te są przeszacowane. Te rozbieżności mogą wynikać z niewystarczająco dokładnego wyznaczenia parametrów materiałowych lub braku możliwości odwzorowania przez model złożonego zachowania próbek materiału PA12 wytworzonych w technologii FDM.

Tabela 41. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 076 PA12 – wyniki eksperymentalne vs. model BB.

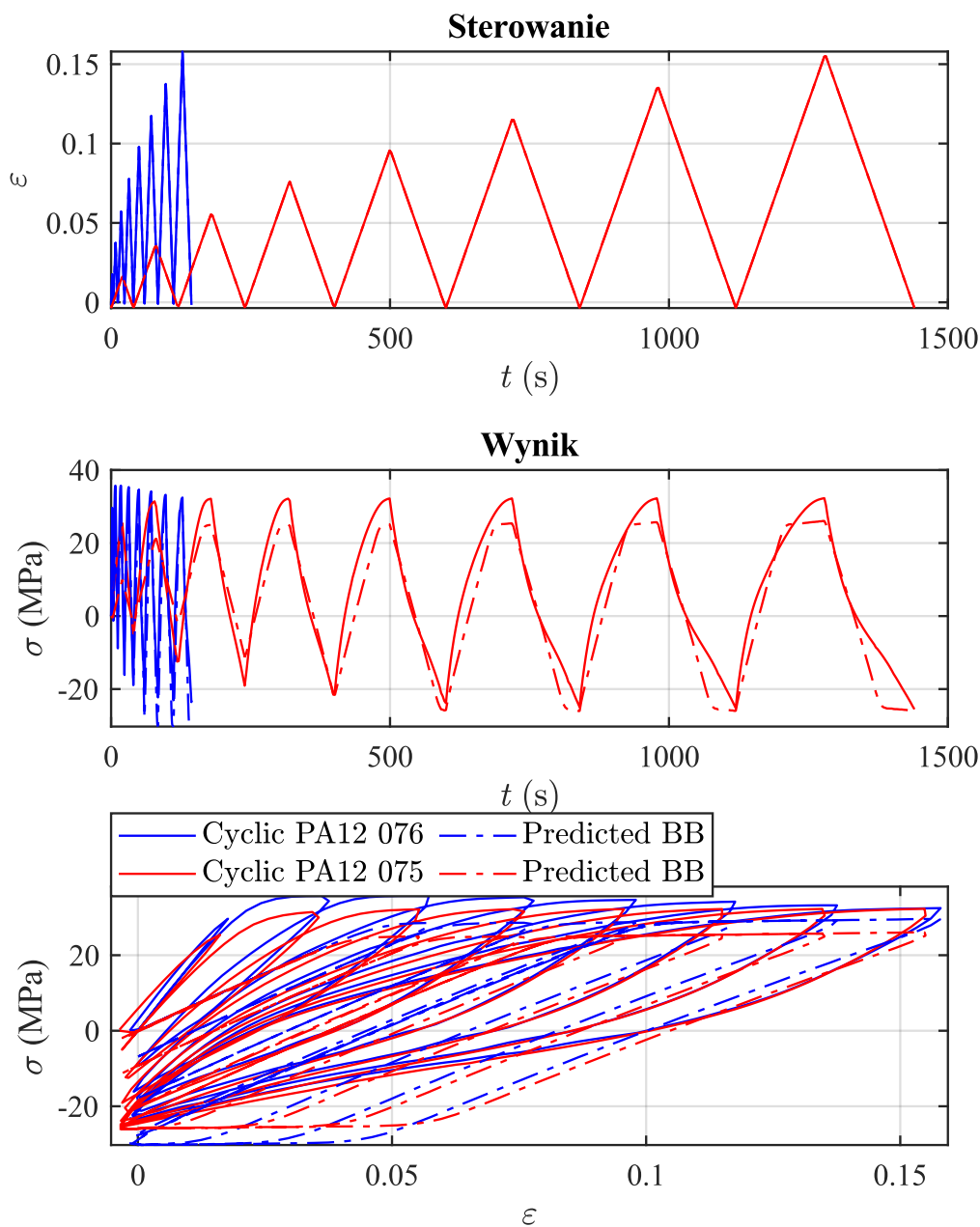
Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu BB		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxBB}$ (MPa)	$\sigma_{minBB}$ (MPa)		
1	29,7	-1,4	10,9	-0,5	-60,5	2,9
2	35,7	-8,8	22,6	-0,1	-29,4	19,6
3	35,7	-16,1	28,5	-7,4	-13,9	16,8
4	35,3	-18,9	28,6	-18	-12,4	1,7
5	34,7	-21,2	28,7	-28	-10,7	-12,2
6	34,2	-22,3	28,9	-30,2	-9,4	-14,0
7	33,2	-23,1	29,3	-30,3	-6,9	-12,8
8	32,5	-23,6	29,6	-30,3	-5,2	-11,9

Tabela 42. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 075 PA12 – wyniki eksperymentalne vs. model BB.

Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu BB		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxBB}$ (MPa)	$\sigma_{minBB}$ (MPa)		
1	25,4	-5	9,9	-1,9	-51,0	10,2
2	31,4	-12,5	21,3	-1,8	-23,0	24,4
3	32,1	-19,1	24,9	-11,2	-14,1	15,4
4	32,2	-21,5	25	-21,7	-13,4	-0,4
5	32,2	-23,8	25,2	-25,9	-12,5	-3,8
6	32,2	-24,9	25,4	-26	-11,9	-1,9
7	32,2	-25,2	25,7	-26	-11,3	-1,4
8	32,3	-25,5	26,1	-26	-10,7	-0,9



Rys. 86. Wyniki modelowania próby cyklicznego rozciągania PA12 z narastającym poziomem odkształcenia – wyniki eksperymentalne vs. model BB.



Rys. 87. Wyniki modelowania próby cyklicznego rozciągania PA12 z narastającym poziomem odkształcenia (porównanie dwóch prób z różnymi prędkościami odkształcenia) – wyniki eksperymentalne vs. model BB.

Wyniki modelu BB dla prób 078 i 077 zostały przedstawione na rys. 88 i 89. Tabela 43 i 44 podsumowuje wartości ekstremalne naprężenia uzyskane w eksperymencie oraz przewidywane przez model materiałowy dla PA12. Podobnie jak w poprzednich próbach, największe błędy dla wartości maksymalnych odnotowano w pierwszym cyklu. Wartości minimalne wykazują natomiast początkowe przewyższenie prognozowanego naprężenia przez model, które w kolejnych cyklach stopniowo zaczyna być zaniżane, co skutkuje przewidywaniem wyższego naprężenia ściskającego w fazach powrotu do początkowego odkształcenia.

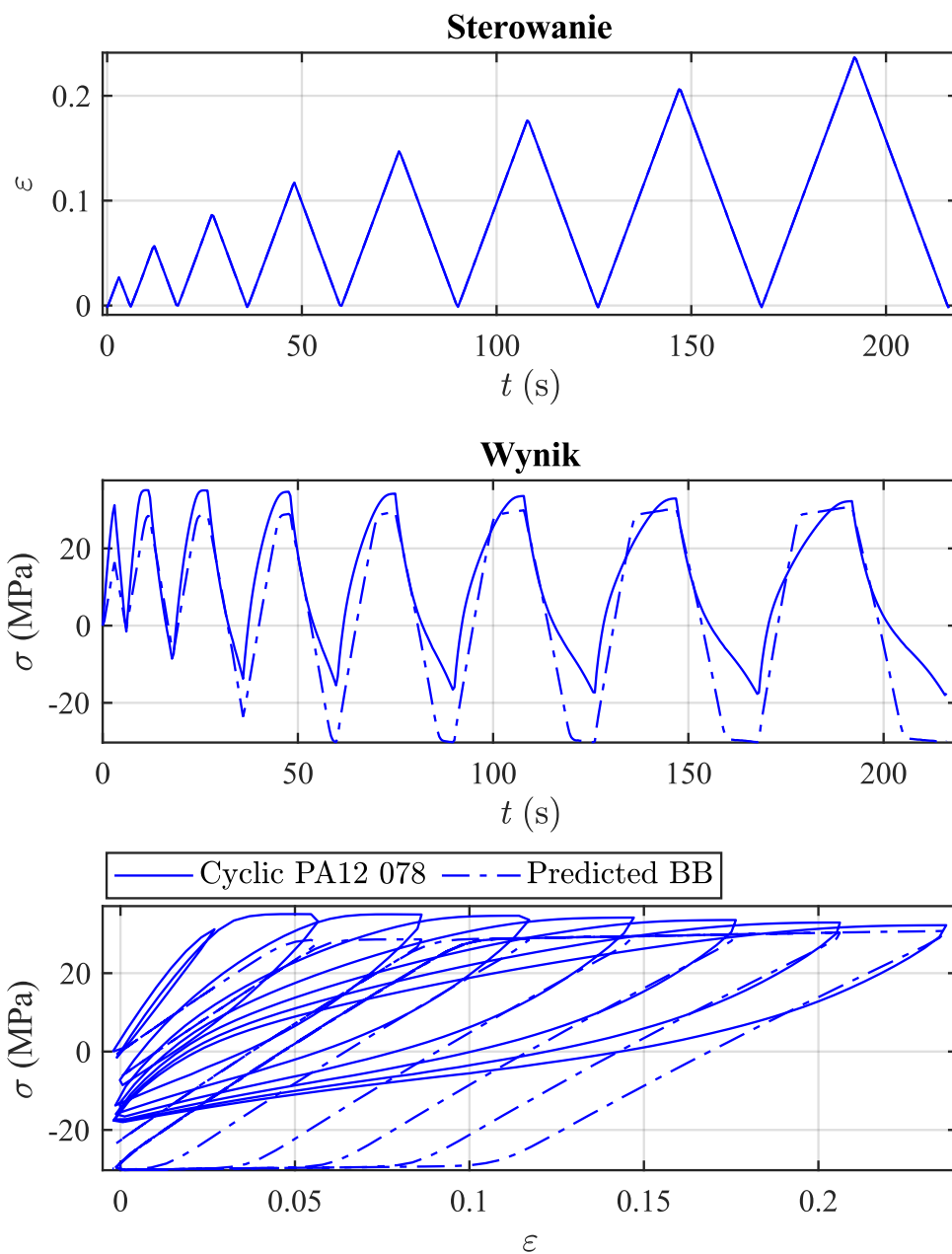
Tabela 43. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 078 PA12 – wyniki eksperymentalne vs. model BB.

Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu BB		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxBB}$ (MPa)	$\sigma_{minBB}$ (MPa)		
1	31,5	-2,1	16,4	-0,7	-44,94	4,17
2	35,1	-9,8	28,5	-6,6	-14,70	7,13
3	35	-13,9	28,6	-23,6	-13,09	-19,84
4	34,7	-16,1	28,9	-30,2	-11,42	-27,76
5	34,2	-17,3	29,4	-30,2	-9,32	-25,05
6	33,6	-18	29,9	-30,2	-7,17	-23,64
7	32,9	-18,3	30,4	-30,2	-4,88	-23,24
8	32,3	-18,4	30,8	-30,3	-2,96	-23,47

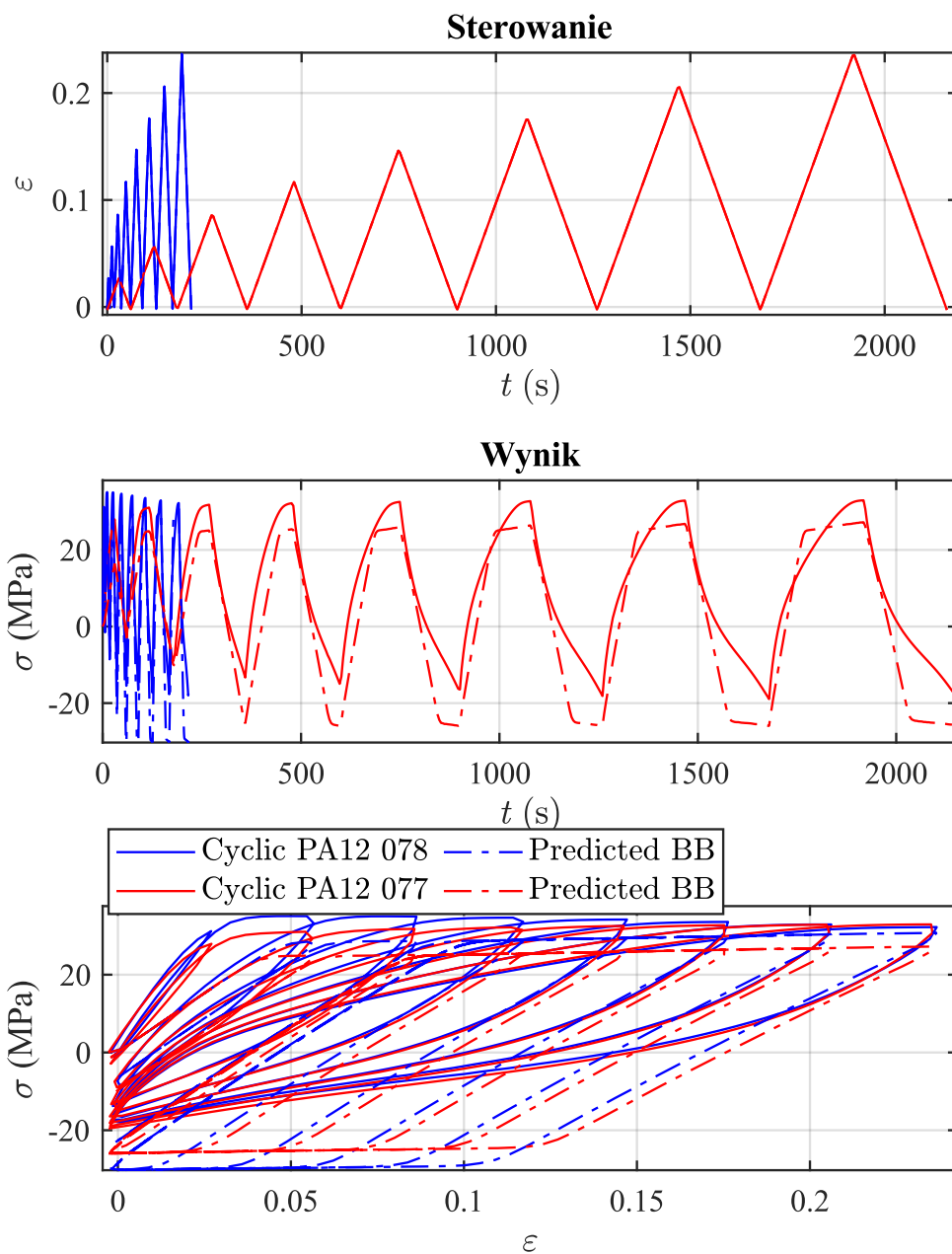
Tabela 44. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 077 PA12 – wyniki eksperymentalne vs. model BB.

Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu BB		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxBB}$ (MPa)	$\sigma_{minBB}$ (MPa)		
1	28,4	-3,6	16,4	-1,3	-37,5	7,2
2	31,1	-10,1	24,9	-10,3	-15,0	-0,5
3	31,8	-13,5	25,1	-25,3	-14,8	-26,0
4	32,2	-15,6	25,4	-26	-14,2	-21,8
5	32,5	-17,1	25,9	-25,9	-13,3	-17,7
6	32,7	-18,2	26,4	-26	-12,4	-15,3
7	32,9	-19	26,8	-26	-11,8	-13,5
8	32,9	-19,6	27,2	-25,9	-10,9	-12,0





Rys. 88. Wyniki modelowania próby cyklicznego rozciągania PA12 z narastającym poziomem odkształcenia (wyższe poziomy odkształcenia maksymalnego)– wyniki eksperymentalne vs. model BB.



Rys. 89. Wyniki modelowania próby cyklicznego rozciągania PA12 z narastającym poziomem odkształcenia (porównanie dwóch prób z różnymi prędkościami odkształcenia) – wyniki eksperymentalne vs. model BB.

Rys. 90 i 91 przedstawiają wyniki modelowania materiału PA12 w próbach cyklicznych, w których odkształcenie pomiędzy cyklami było utrzymywane na stałym poziomie. Zbiorcze zestawienie charakterystycznych wartości naprężeń dla próby 080 przed fazą utrzymywania stałego odkształcenia znajduje się w tabeli 45, a analogiczne dane dla końca tej fazy w tabeli 46. Dokładność odwzorowania krzywych naprężenie-odkształcenie jest porównywalna do uzyskanej we wcześniej omawianych próbach cyklicznych. Największe rozbieżności w odwzorowaniu wartości maksymalnych obserwowano w początkowej fazie próby, co jest zgodne z wynikami wcześniejszych badań nad PA12 przy użyciu modelu BB. Model

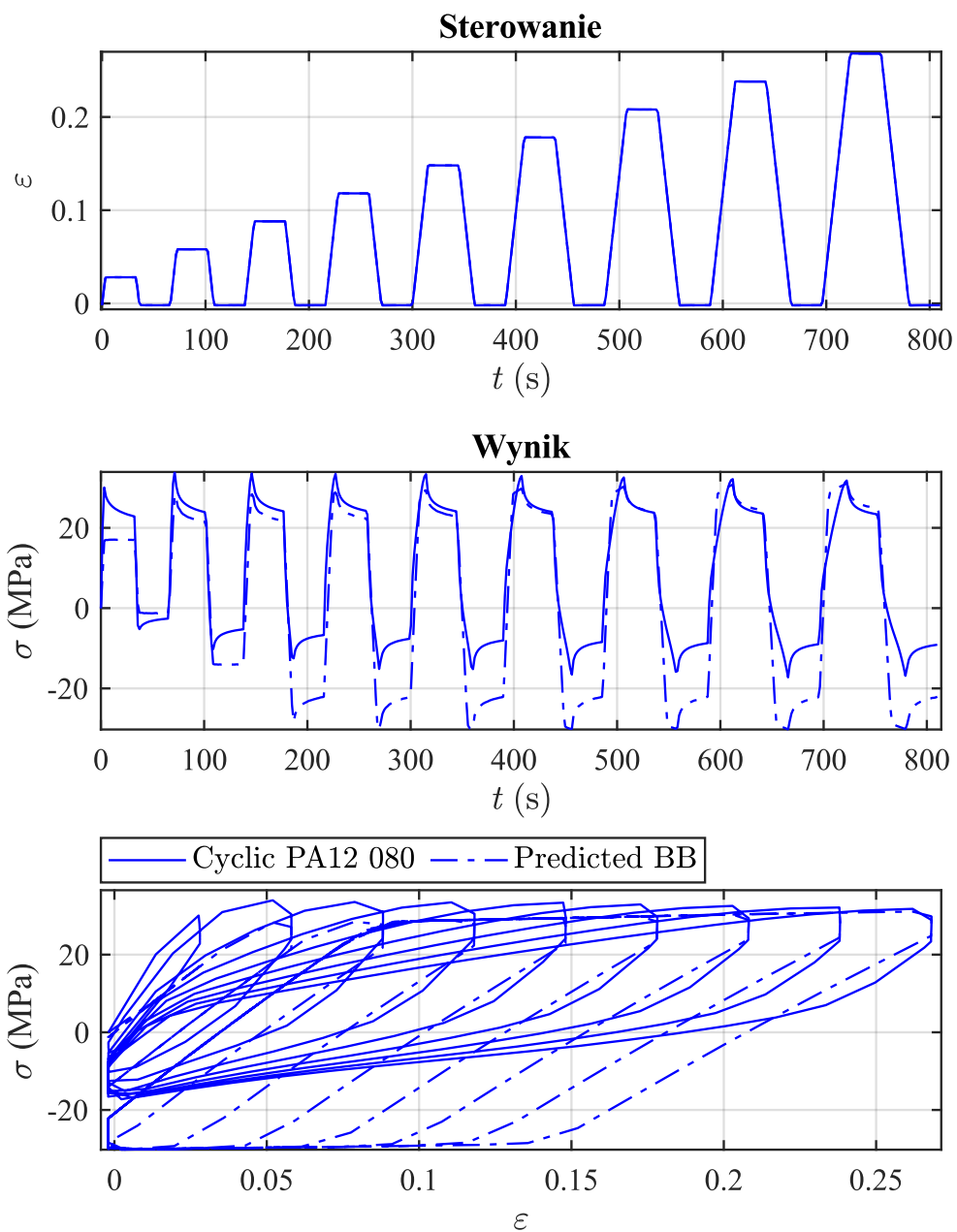
przewiduje wartości minimalne mniej precyzyjnie, przeszacowując naprężenie ściskające podczas powrotu do początkowego odkształcenia.

Tabela 45. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 080 PA12 w fazie przed utrzymywaniem stałej wartości odkształcenia – wyniki eksperymentalne vs. model BB.

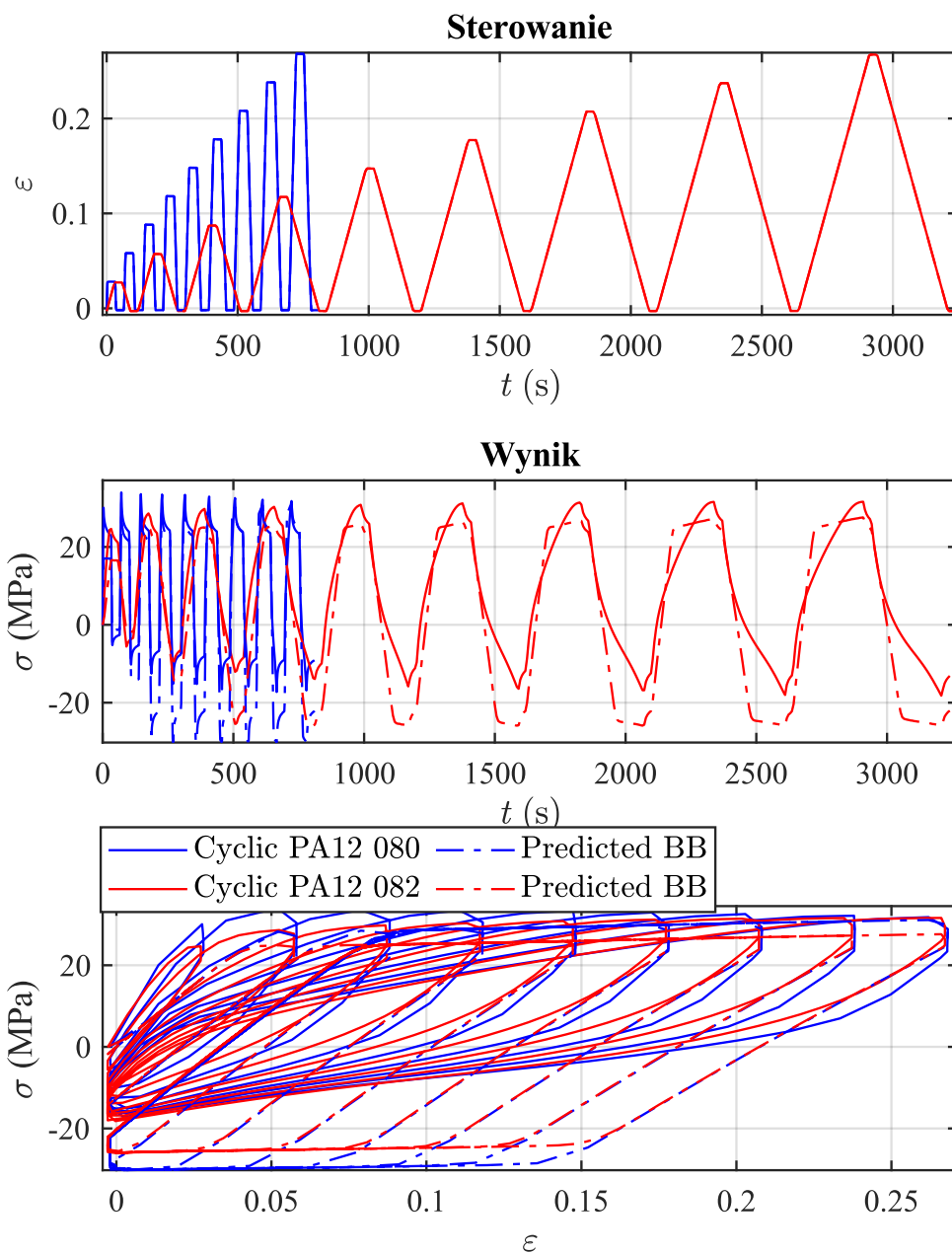
Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu BB		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxBB}$ (MPa)	$\sigma_{minBB}$ (MPa)		
1	30,8	-6,9	17,1	-1,3	-36,3	14,9
2	34,2	-12,4	28,3	-14,1	-12,7	-3,6
3	33,9	-14,9	28,5	-28,3	-11,1	-27,5
4	33,7	-16,3	28,9	-30,2	-9,6	-27,8
5	33,4	-17	29,4	-30,1	-7,9	-26,0
6	33	-17,3	29,8	-30,1	-6,4	-25,4
7	32,6	-17,7	30,3	-30,1	-4,6	-24,7
8	32,2	-17,7	30,8	-30,2	-2,8	-25,1
9	31,9	-17,8	31,1	-30,2	-1,6	-24,9

Tabela 46. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 080 PA12 w fazie po utrzymywaniem stałej wartości odkształcenia – wyniki eksperymentalne vs. model BB.

Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu BB		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxBB}$ (MPa)	$\sigma_{minBB}$ (MPa)		
1	22,8	-2,6	17,1	-1,3	-22,4	5,1
2	23,8	-5,3	21,5	-14,1	-7,9	-30,2
3	24,1	-6,7	21,8	-22,1	-7,5	-50,0
4	24,2	-7,6	22,4	-22,2	-5,7	-45,9
5	24,1	-8	22,9	-22,1	-3,7	-43,9
6	23,9	-8,4	23,5	-22,2	-1,2	-42,7
7	23,7	-8,7	22,5	-22,1	-3,7	-41,4
8	23,5	-8,9	24,4	-22,2	2,8	-41,0
9	23,3	-9,1	24,8	-22,1	4,6	-40,1



Rys. 90. Wyniki próby cyklicznego rozciągania PA12 z narastającym poziomem odkształcenia oraz utrzymywaniem stałego odkształcenia pomiędzy cyklami – wyniki eksperymentalne vs. model BB.



Rys. 91. Wyniki próby cyklicznego rozciągania PLA z narastającym poziomem odkształcenia oraz utrzymywaniem stałego odkształcenia pomiędzy cyklami (porównanie dwóch prób z różnymi prędkościami odkształcenia i czasami utrzymywania stałego odkształcenia) – wyniki eksperymentalne vs. model BB.

Rys. 92 przedstawia wyniki modelowania cyklicznych prób PA12, w których zastosowano jednakowe prędkości odkształcenia, ale różne wartości odkształceń maksymalnych. W tabelach 47 i 48 zestawiono maksymalne i minimalne wartości naprężeń dla poszczególnych cykli. Model poprawnie przewiduje wyższe wartości naprężeń przy wyższych poziomach odkształcenia, co jest widoczne w odpowiedzi modelu dla obu prób z różnymi poziomami kontrolowanego odkształcenia. Podobnie jak w poprzednich próbach cyklicznych, największe błędy w przewidywaniu naprężeń maksymalnych pojawiają się w pierwszych cyklach, gdzie

model niedoszacowuje wartość naprężenia. W przypadku naprężeń minimalnych, wielkość błędu wzrasta wraz z kolejnymi cyklami, a model proponuje zbyt wysoką wartość naprężenia (naprężenie ściskania jest zbyt małe) podczas powrotu do początkowego odkształcenia.

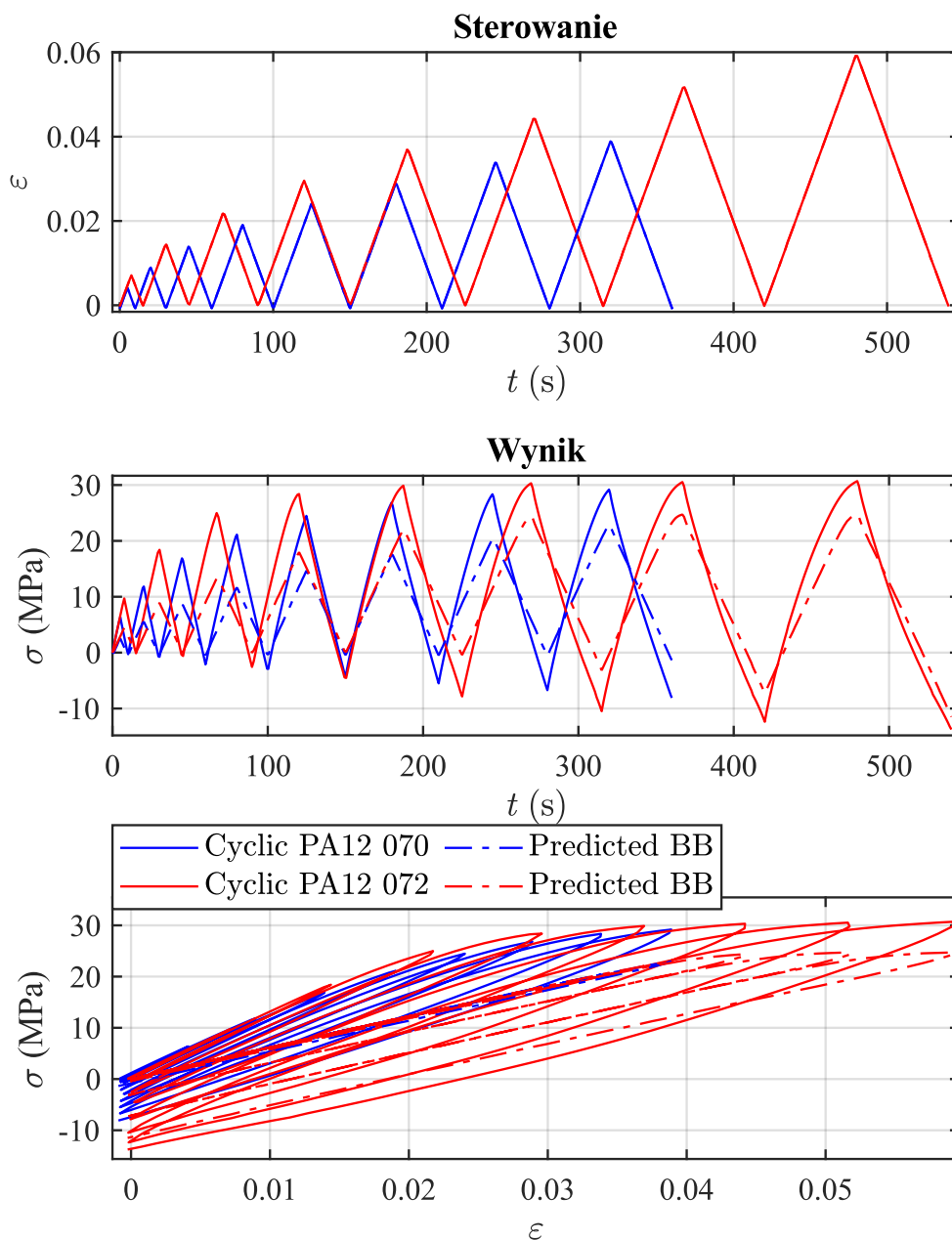
Tabela 47. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 070 PA12 – wyniki eksperymentalne vs. model BB.

Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu BB		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxBB}$ (MPa)	$\sigma_{minBB}$ (MPa)		
1	6,4	-0,4	2,5	-0,4	-57,4	0,0
2	12,1	-1,2	5,5	-0,3	-49,6	6,8
3	17,1	-2,2	8,6	-0,5	-44,0	8,8
4	21,3	-3,3	11,6	-0,3	-39,4	12,2
5	24,5	-4,4	14,7	-0,4	-33,9	13,8
6	27	-5,5	17,6	-0,5	-28,9	15,4
7	28,5	-6,7	20,4	-0,6	-23,0	17,3
8	29,2	-8,2	22,9	-1,4	-16,8	18,2

Tabela 48. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 072 PA12 – wyniki eksperymentalne vs. model BB.

Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu BB		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxBB}$ (MPa)	$\sigma_{minBB}$ (MPa)		
1	9,70	-0,2	4,4	-0,1	-53,5	1,0
2	18,80	-1,1	8,9	0,1	-49,7	6,0
3	25,30	-2,7	13,3	-0	-42,9	9,6
4	28,60	-5,1	18	0,1	-31,5	15,4
5	29,90	-8	22,1	-0,4	-20,6	20,1
6	30,40	-10,5	24,4	-3,2	-14,7	17,8
7	30,60	-12,4	24,7	-7,3	-13,7	11,9
8	30,80	-13,8	24,7	-11,5	-13,7	5,2





Rys. 92. Wyniki prób cyklicznego rozciągania PA12 z taką samą prędkością odkształcenia i różnymi poziomami zadanego odkształcenia maksymalnego – wyniki eksperymentalne vs. model BB.

### 5.2.3. Model TNM (Three Network Model)

#### 5.2.3.1. PLA

Parametry modelu TNM dla PLA zostały wyznaczone na podstawie tych samych prób, co w przypadku modelu BB, czyli prób monotonicznego rozciągania (próby 003, 026, 036, 040) oraz próby cyklicznej (próba 050). Parametry materiałowe dla modelu TNM przedstawiono w tabeli 49. Na podstawie tych wartości parametrów opracowano dalsze wyniki modelowania dla PLA. Parametry  $\lambda^{lock}$ ,  $a$  przyjęto zgodnie z danymi literaturowymi [5,74,94], ponieważ badane materiały nie wykazywał cech zbliżonych dla gumy, tj. bardzo dużych

odkształceń, a przeprowadzone próby miały charakter jednoosiowy. Można więc było pominąć wyznaczanie tych parametrów bez istotnego wpływu na wynik. Proces wyznaczania parametrów modelu opierał się na minimalizacji błędu modelu względem danych doświadczalnych. W celu oceny zgodności wyników modelowania z wynikami eksperymentalnymi, podobnie jak dla modelu BB, zastosowano współczynnik NMAD, szczegółowo opisany w rozdziale 4.2.

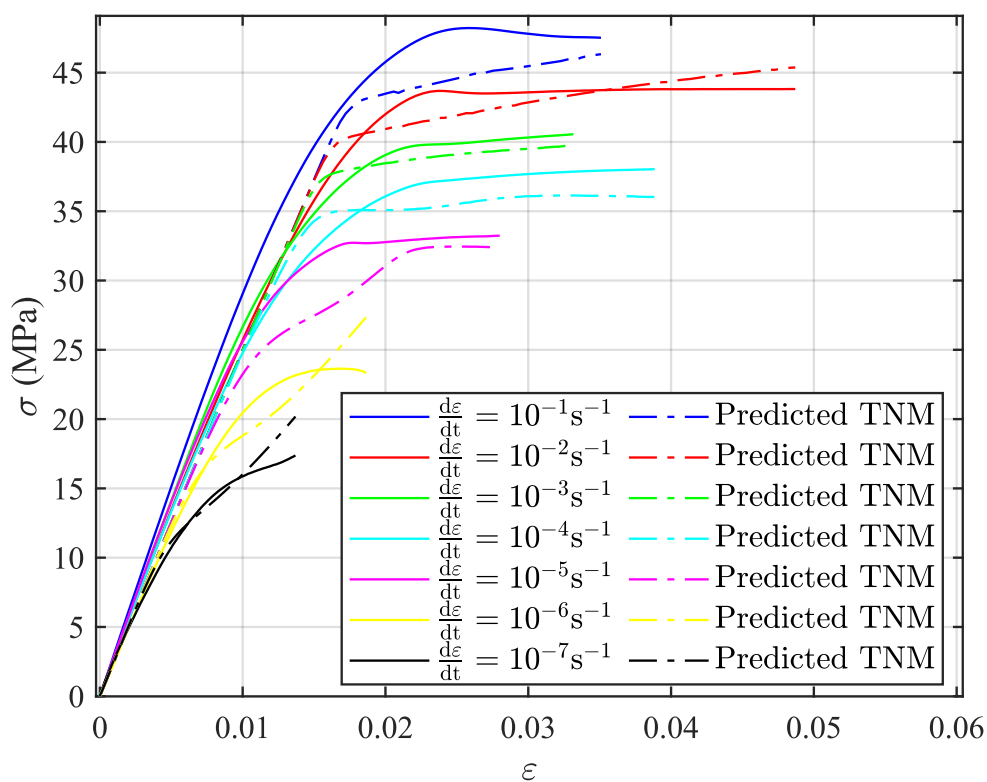
Tabela 49. Wyznaczone wartości parametrów materiałowych PLA modelu TNM.

Parametr modelu	Symbol	Wartość	Jednostka
Moduł styczny sieci A	$\mu_A$	85,93	MPa
Blokująca wartość współczynnika rozciągania (stretch ratio)	$\lambda^{lock}$	3,110	-
Opór przepływu sieci A	$\hat{\tau}_A$	40,51	MPa
Zależność przepływu od ciśnienia	$a$	$1 \cdot 10^{-4}$	-
Wykładnik naprężenia sieci A	$m_A$	4,551	-
Początkowy moduł styczny w sieci B	$\mu_{Bi}$	755,4	-
Końcowy moduł styczny w sieci B	$\mu_{Bf}$	458,2	-
Prędkość zmiany modułu stycznego sieci B $\mu_B$	$\beta$	361,3	-
Opór przepływu sieci B	$\hat{\tau}_B$	41,69	MPa
Wykładnik naprężenia sieci B	$m_B$	35,47	-
Moduł styczny sieci C	$\mu_C$	$8,554 \cdot 10^{-2}$	MPa

Wyniki modelowania w porównaniu z danymi eksperymentalnymi dla prób monotonicznego rozciągania przy różnych prędkościach odkształcenia przedstawiono rys. 93. Podsumowanie maksymalnych wartości naprężeń dla poszczególnych prędkości odkształcenia zawarto w tabeli 50. Model częściowo odtwarza początkowe quasi-liniowe zachowanie materiału, jednak, podobnie jak w przypadku modelu BB, wraz ze wzrostem prędkości odkształcenia nie obserwuje się oczekiwanego zmniejszenia nachylenia krzywej. Najmniejszy błąd zgodności wartości maksymalnych naprężeń osiągnięto dla prędkości  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-3} s^{-1}$ . W każdym z przypadków model wykazuje znaczną zależność maksymalnych wartości naprężeń od prędkości odkształcenia. Dla dwóch najwolniejszych prób model nie przechodzi do fazy ustabilizowanego poziomu naprężenia, co skutkuje przeszacowaniem wartości maksymalnych o ponad 15%.

Tabela 50. Porównanie wyników doświadczalnych naprężenia maksymalnego próby z różnymi prędkościami odkształcenia z wynikami modelu TNM dla PLA.

Zadana prędkość odkształcenia $\frac{d\varepsilon}{dt} \left(\frac{1}{s}\right)$	Naprężenie maksymalne z eksperymentu $\sigma_{max}$ (MPa)	Naprężenie maksymalne z modelu $\sigma_{max}$ (MPa)	Różnica procentowa (%)
$10^{-1}$	48,2	46,3	-3,9
$10^{-2}$	43,8	45,4	3,6
$10^{-3}$	40,6	39,8	-2
$10^{-4}$	38	36,1	-5
$10^{-5}$	33,2	32,5	-2,3
$10^{-6}$	23,6	27,3	15,7
$10^{-7}$	17,4	20,2	16,2



Rys. 93. Wyniki modelowania zachowania PLA w porównaniu do wyników eksperymentalnych dla próby monotonicznego rozciągania z różnymi prędkościami odkształcenia (model TNM).

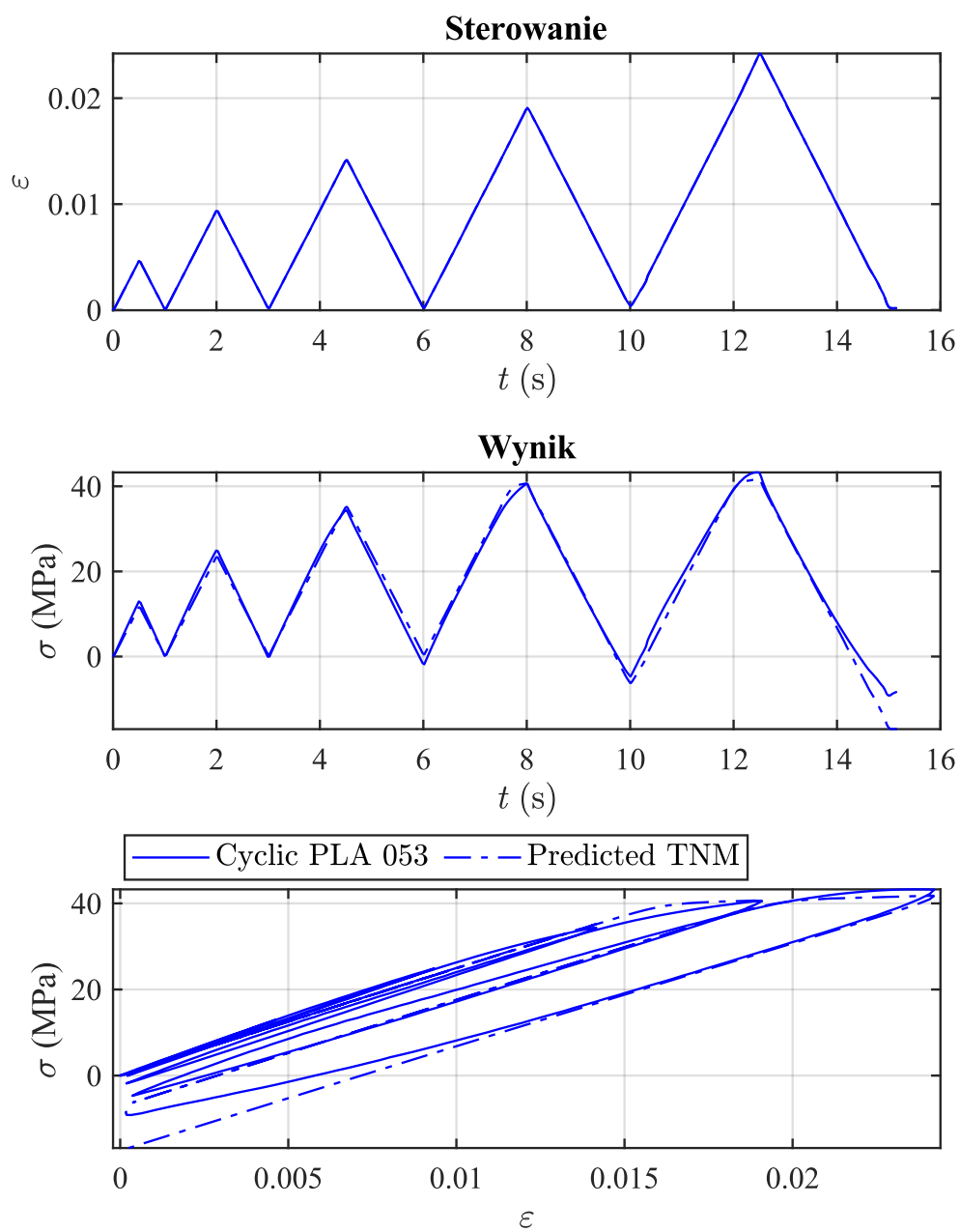
Wyniki modelowania zachowania PLA przy użyciu modelu TNM dla prób cyklicznych 053 i 050 zostały przedstawione na rys. 94 i 95. Zestawienie maksymalnych i minimalnych wartości naprężeń wraz z błędami modelowania dla poszczególnych cykli znajduje się w tabeli 51 (dla próby 053) oraz tabeli 52 (dla próby 050). Model TNM skutecznie odwzorowuje wartości maksymalne i minimalne naprężeń, szczególnie w końcowych cyklach dla wartości maksymalnych oraz w początkowych cyklach dla wartości minimalnych. W przypadku próby 053 największy błąd odnotowano przy wartości minimalnej w ostatnim cyklu. Model prawidłowo odtwarza nieliniowe zachowanie materiału i przewiduje zjawisko ściskania na końcach cykli, gdy odkształcenie powraca do wartości początkowej. Spośród trzech zaprezentowanych modeli, model TNM wykazuje najbliższe dopasowanie do wyników prób cyklicznych PLA (053 i 050).

Tabela 51. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 053 PLA – wyniki eksperymentalne vs. model TNM.

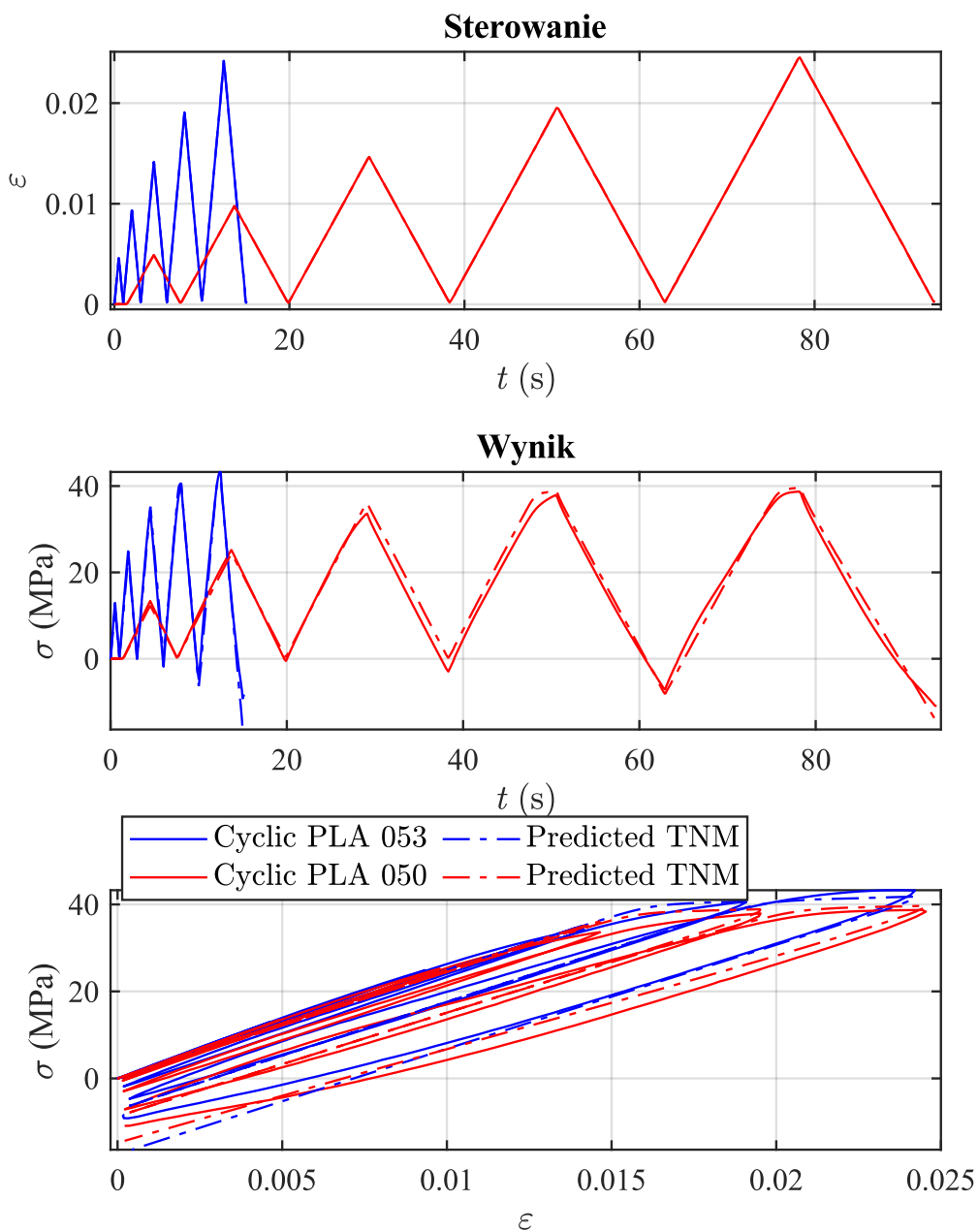
Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu TNM		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxTNM}$ (MPa)	$\sigma_{minTNM}$ (MPa)		
1	13	0,1	11,6	0,3	-10,9	1,6
2	24,9	-0	23,3	0,5	-6,4	2,0
3	34,3	-1,8	35,2	0,4	2,5	6,1
4	40,6	-4,7	40,7	-6,3	0,2	-3,5
5	43,3	-9,2	41,8	-17	-2,9	-14,9

Tabela 52. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 050 PLA – wyniki eksperymentalne vs. model TNM.

Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu TNM		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxTNM}$ (MPa)	$\sigma_{minTNM}$ (MPa)		
1	13,4	0,2	12,3	0,4	-8,3	1,5
2	25,2	-0,5	24,4	0,4	-3,1	3,5
3	33,6	-3	36,1	0,2	6,8	8,7
4	37,9	-7,1	38,9	-8,2	2,2	-2,4
5	38,7	-10,9	39,7	-14,3	2,0	-6,9



Rys. 94. Wyniki modelowania próby cyklicznego rozciągania PLA z narastającym poziomem odkształcenia – wyniki eksperymentalne vs. model TNM.



Rys. 95. Wyniki modelowania próby cyklicznego rozciągania PLA z narastającym poziomem odkształcenia (porównanie dwóch prób z różnymi prędkościami odkształcenia) – wyniki eksperymentalne vs. model TNM.

Na rys. 96 i 97 przedstawiono wyniki modelowania z wykorzystaniem modelu TNM dla materiału PLA w próbach cyklicznych, w których odkształcenie było utrzymywane na stałym poziomie pomiędzy cyklami. Wartości maksymalnych i minimalnych naprężeń dla próby 051 przed fazą utrzymywania stałego odkształcenia zestawiono w tabeli 53, a dla końca tej fazy w tabeli 54. Model dokładniej odwzorowuje wartości maksymalne naprężeń, szczególnie w ostatnich cyklach. W pierwszym cyklu dla próby 051 odnotowano niedoszacowanie wartości o 5,8%. Zauważono, że model przewiduje zmniejszenie naprężenia podczas fazy utrzymywania zadanego odkształcenia w trakcie obciążania, jednak w kolejnych fazach cyklu przy

utrzymywaniu początkowego odkształcenia model TNM nie przewiduje zmniejszenia naprężenia.

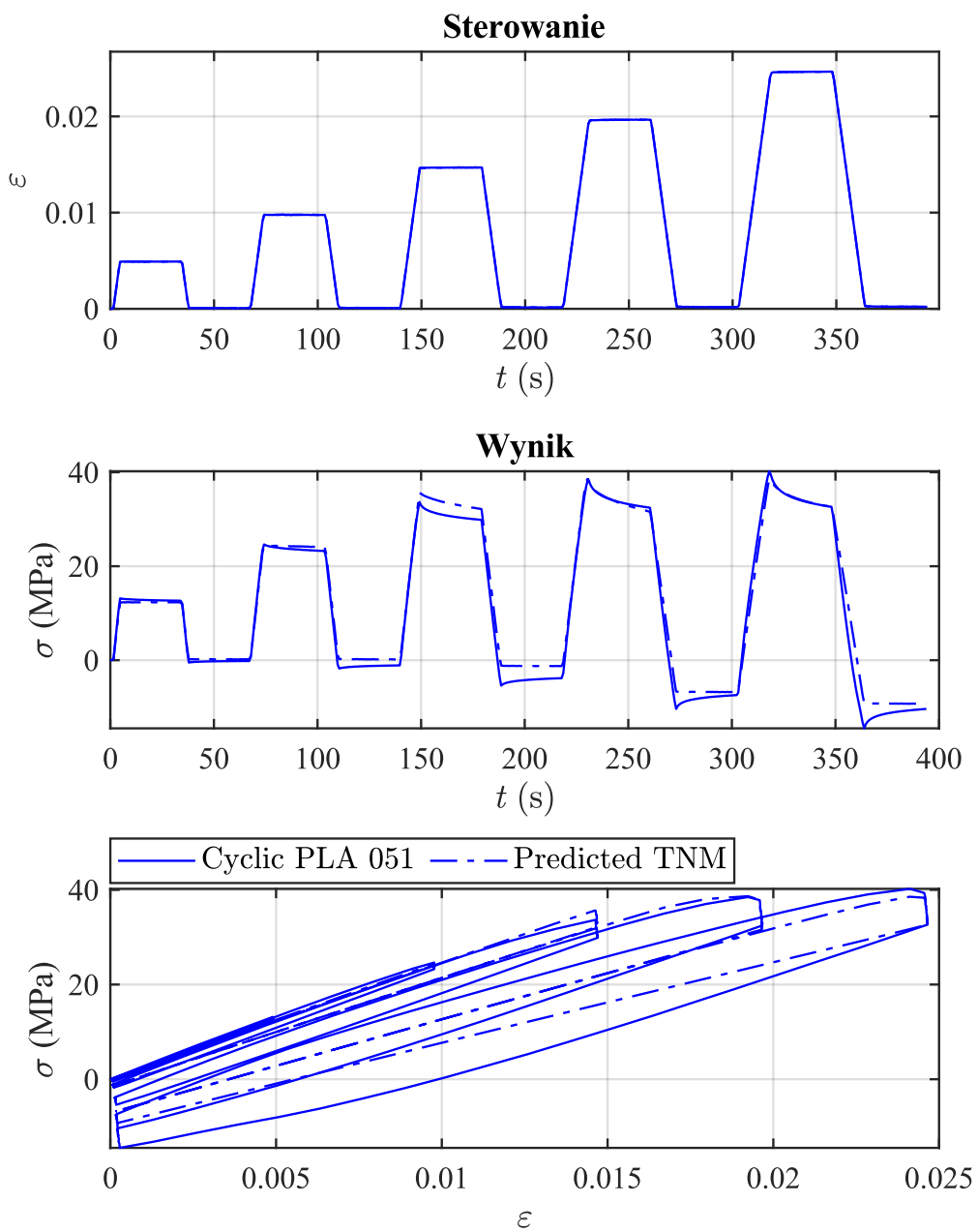
Tabela 53. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 051 w fazie przed utrzymywaniem stałej wartości odkształcenia – wyniki eksperymentalne vs. model TNM.

Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu TNM		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxTNM}$ (MPa)	$\sigma_{minTNM}$ (MPa)		
1	13,2	-0,5	12,4	0,2	-5,8	5,1
2	24,6	-1,8	24,4	0,2	-0,8	7,6
3	33,7	-5,4	35,7	-1,2	5,1	10,7
4	38,5	-10,4	38,7	-6,7	0,4	7,6
5	40,2	-14,5	38,5	-9,1	-3,1	9,9

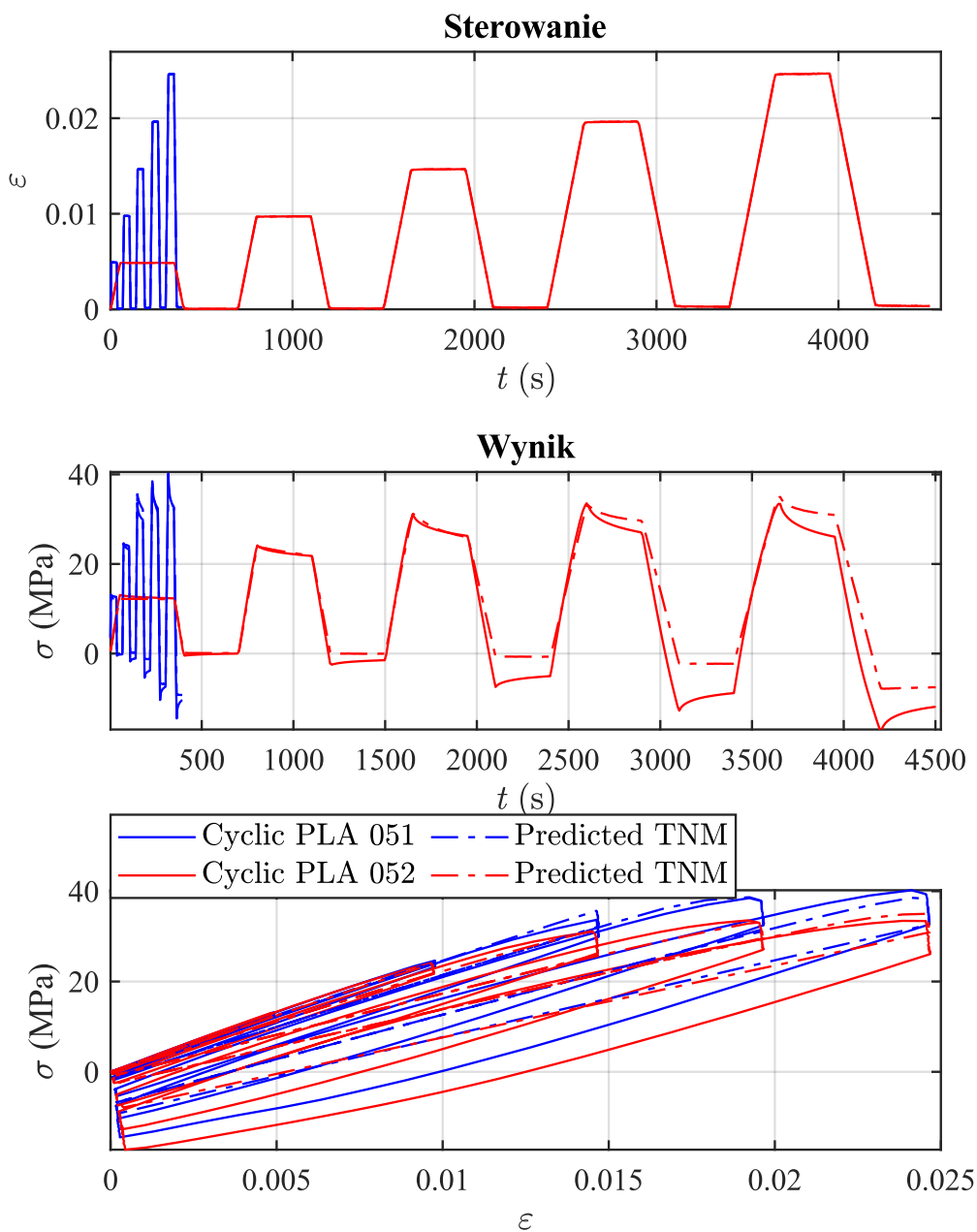
Tabela 54. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 051 w fazie po utrzymywaniu stałej wartości odkształcenia – wyniki eksperymentalne vs. model TNM.

Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu TNM		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxTNM}$ (MPa)	$\sigma_{minTNM}$ (MPa)		
1	12,7	-0,2	12,3	0,2	-3,1	3,1
2	23,2	-1,1	24,1	0,2	3,7	5,3
3	29,8	-3,8	32,2	-1,2	7,1	7,7
4	32,4	-7,4	31,6	-6,8	-2,0	1,5
5	32,6	-10,4	32,6	-9,2	0,0	2,8





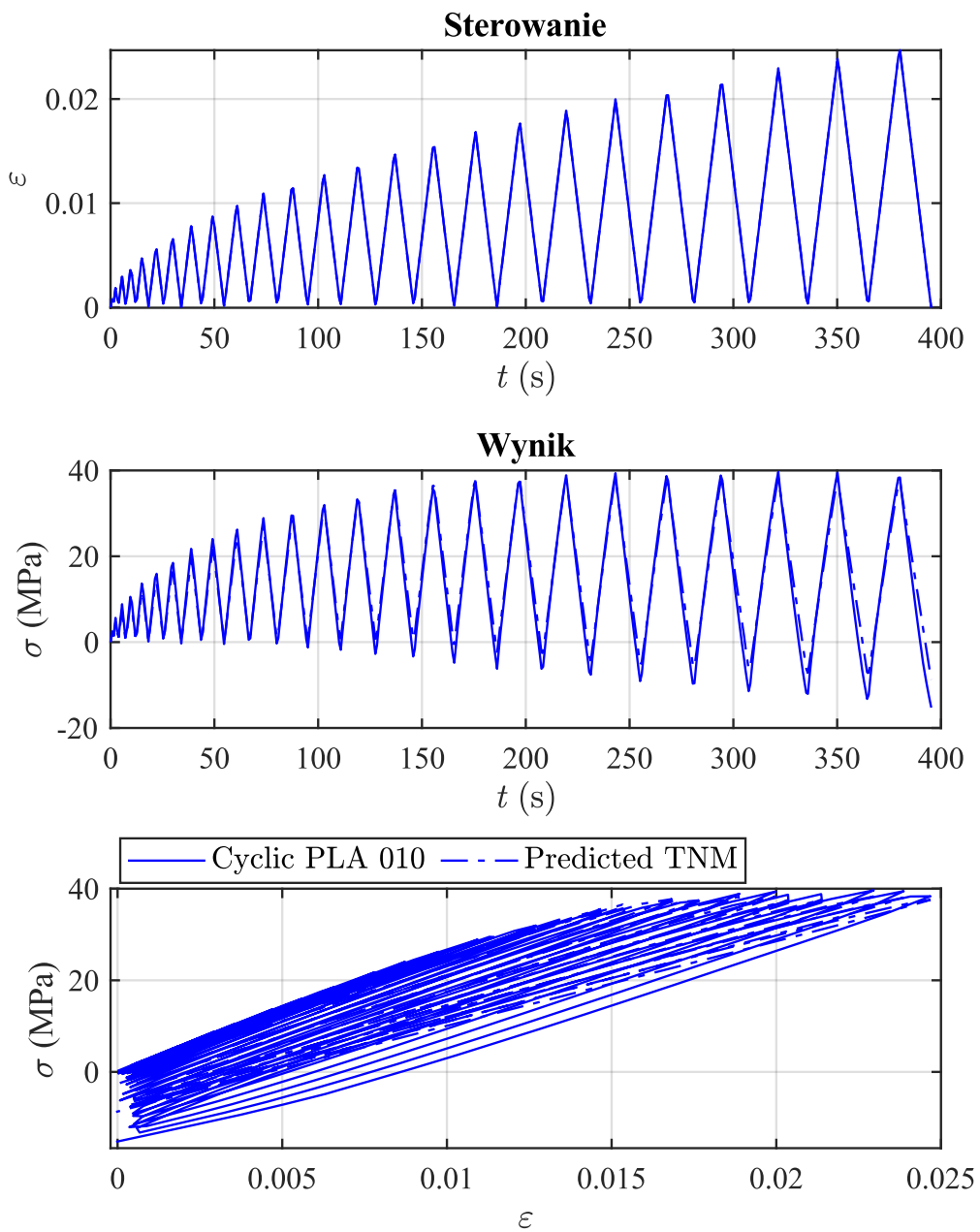
Rys. 96. Wyniki próby cyklicznego rozciągania PLA z narastającym poziomem odkształcenia oraz utrzymywaniem stałego odkształcenia pomiędzy cyklami – wyniki eksperymentalne vs. model TNM.



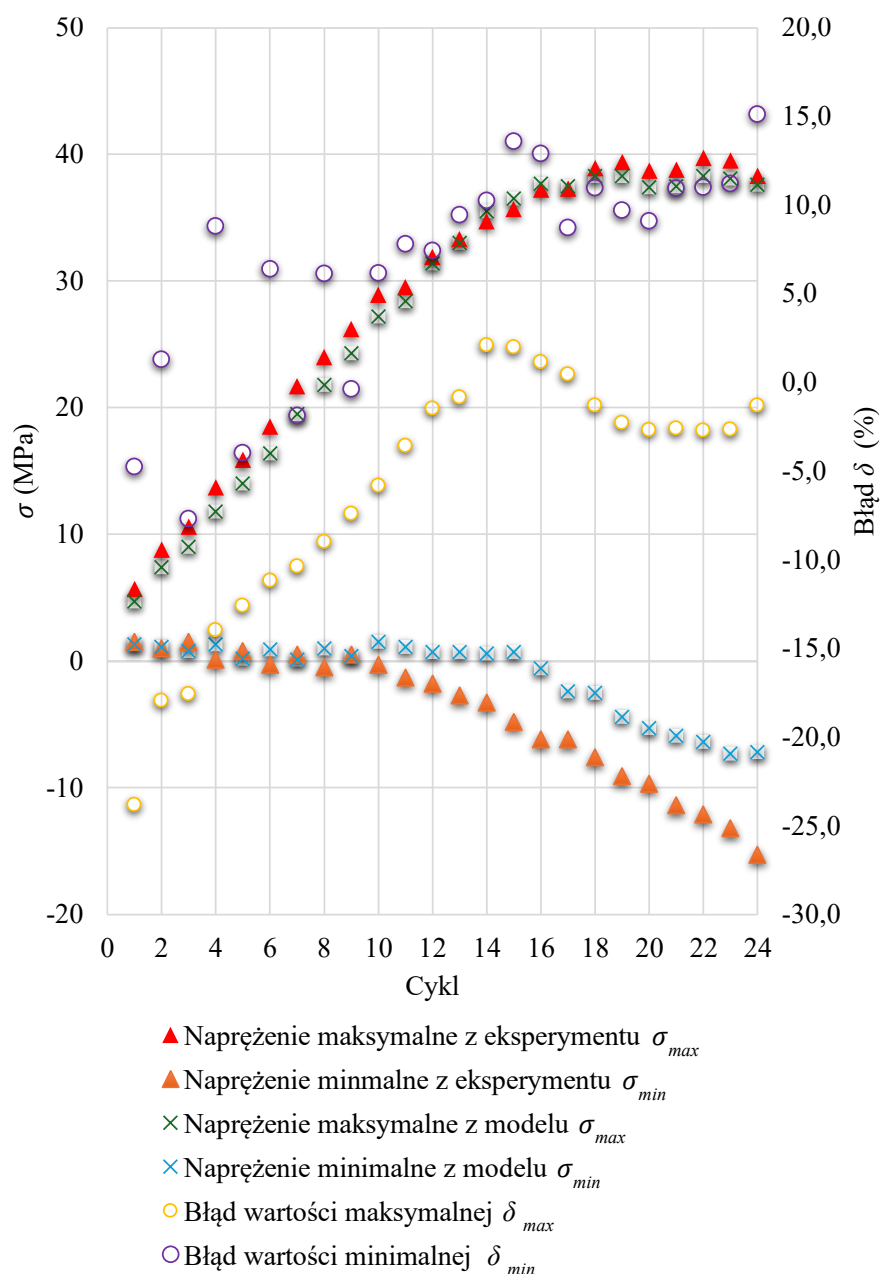
Rys. 97. Wyniki próby cyklicznego rozciągania PLA z narastającym poziomem odkształcenia oraz utrzymywaniem stałego odkształcenia pomiędzy cyklami (porównanie dwóch prób z różnymi prędkościami odkształcenia i czasami utrzymywania stałego odkształcenia)– wyniki eksperymentalne vs. model TNM.

Na rys. 98 przedstawiono wyniki modelowania dla PLA za pomocą modelu TNM w porównaniu z danymi eksperymentalnymi z próby rozciągania o narastającym poziomie odkształcenia, obejmującej dwadzieścia cztery cykle. Podsumowanie wartości maksymalnych i minimalnych wraz z błędami zaprezentowano na rys. 99. Wraz z kolejnymi cyklami model coraz mniej dokładnie odwzorowuje wartości minimalne, co w ostatnim cyklu skutkuje błędem wynoszącym  $\delta_{min} = -15.1\%$ . W przypadku wartości maksymalnych, błędy w większości cykli pozostają na niskim poziomie, a szczególnie dobre dopasowanie obserwuje się w

ostatnich cyklach, gdzie niedoszacowanie wynosi jedynie 3%. Model TNM dla PLA charakteryzuje się dobrym odwzorowaniem wartości ekstremalnych oraz odpowiedzi naprężeniowej.



Rys. 98. Cykliczne rozciągania próby 010 wykonanej z PLA – wyniki eksperymentalne vs. model TNM.



Rys. 99. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 010 – wyniki eksperymentalne vs. model TNM.

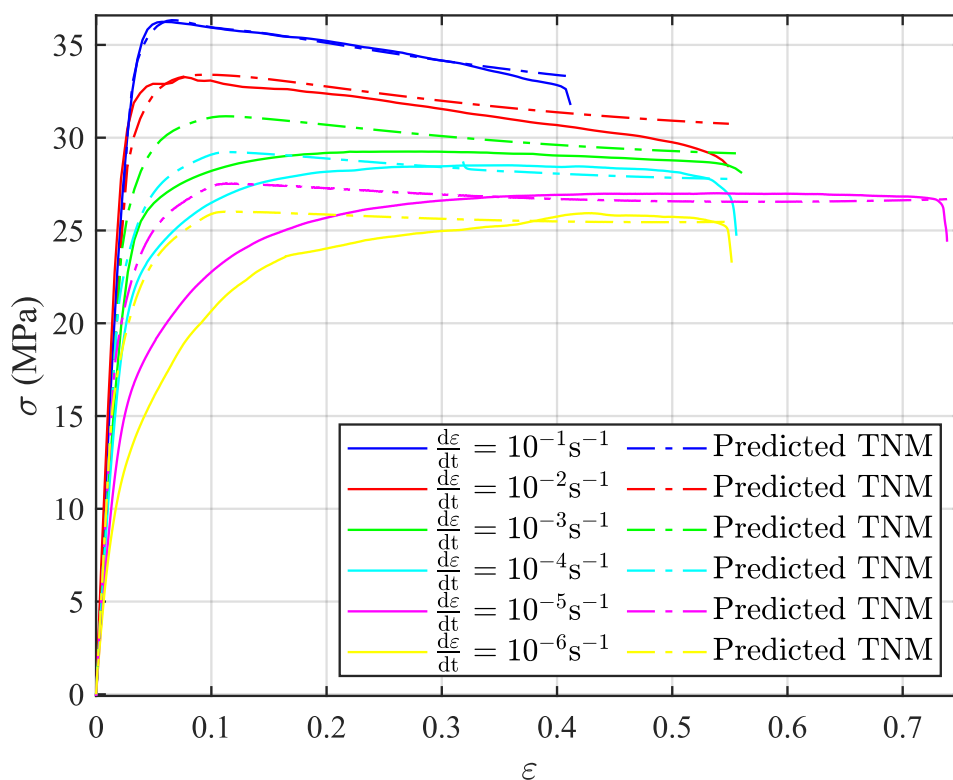
### 5.2.3.2. PA12

Parametry modelu TNM dla PA12, tak samo jak dla modelu BB, zostały wyznaczone na podstawie prób monotonicznego rozciągania (próby 053  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-3}$ , 059  $\frac{d\varepsilon}{dt} = 10^{-1}$ ) oraz próby cyklicznej (próba 082). Wynik zaprezentowano w tabeli 55. Na podstawie tych wartości parametrów opracowano dalsze wyniki modelowania dla PA12. Parametry  $\lambda^{lock}$  oraz  $a$  przyjęto zgodnie z danymi literaturowymi [5,74,94]. Tak samo jak w przypadku modelu BB wyznaczanie parametrów modelu opierało się na minimalizacji błędu modelu względem danych doświadczalnych. W celu oceny zgodności wyników modelowania z wynikami eksperymentalnymi, podobnie jak dla modelu BB, zastosowano współczynnik NMAD.

Tabela 55. Wyznaczone wartości parametrów materiałowych PA12 modelu TNM.

Parametr modelu	Symbol	Wartość	Jednostka
Moduł styczny sieci A	$\mu_A$	184,9	MPa
Blokująca wartość współczynnika rozciągania (stretch ratio)	$\lambda^{lock}$	3,110	-
Opór przepływu sieci A	$\hat{\tau}_A$	18,95	MPa
Zależność przepływu od ciśnienia	$a$	$1 \cdot 10^{-4}$	-
Wykładnik naprężenia sieci A	$m_A$	14,73	-
Początkowy moduł styczny w sieci B	$\mu_{Bi}$	192,7	-
Końcowy moduł styczny w sieci B	$\mu_{Bf}$	41,79	-
Prędkość zmiany modułu stycznego sieci B $\mu_B$	$\beta$	23,77	-
Opór przepływu sieci B	$\hat{\tau}_B$	22,33	MPa
Wykładnik naprężenia sieci B	$m_B$	96,50	-
Moduł styczny sieci C	$\mu_C$	$7,275 \cdot 10^{-2}$	MPa

Wyniki modelowania zachowania materiału PA12 w próbach monotonicznego rozciągania przy różnych prędkościach odkształcenia przedstawiono na rys. 100. Maksymalne naprężenia dla poszczególnych prób, zestawione w tabeli 56, wskazują, że model TNM najdokładniej odwzorowuje wyniki eksperymentalne dla PA12 w prezentowanym zakresie. Dodatkowo kształt odpowiedzi naprężeniowej został odwzorowany. Ponadto, kształt krzywej rozciągania został dokładnie przewidziany w przypadku dwóch najwyższych prędkości odkształcenia. Podobnie jak w przypadku PLA, model TNM nie odwzorowuje zmiany nachylenia w części quasi-liniowej krzywej przy zmianie prędkości odkształcenia. Jednak maksymalne wartości odkształcenia uzyskane z modelu są bliższe wartościom doświadczalnym niż w przypadku modeli Launay i in. oraz Bergström-Boyce.



Rys. 100. Wyniki modelowania zachowania PA12 w porównaniu do wyników eksperymentalnych dla próby monotonicznego rozciągania z różnymi prędkościami odkształcenia (model TNM).

Tabela 56. Porównanie wyników doświadczalnych naprężenia maksymalnego próby z różnymi prędkościami odkształcenia z wynikami modelu TNM dla PA12.

Zadana prędkość odkształcenia $\frac{d\varepsilon}{dt} \left(\frac{1}{s}\right)$	Naprężenie maksymalne z eksperymentu $\sigma_{max}$ (MPa)	Naprężenie maksymalne z modelu $\sigma_{max}$ (MPa)	Różnica procentowa (%)
$10^{-1}$	36,2	36,3	0,2
$10^{-2}$	33,3	33,4	0,4
$10^{-3}$	29,3	31,2	6,5
$10^{-4}$	28,6	29,2	2,5
$10^{-5}$	27,0	27,5	1,9
$10^{-6}$	25,9	26	0,3

Wyniki modelowania zachowania materiału PA12 w cyklicznych próbach rozciągania 076 i 075 zostały przedstawione na rys. 101 i 102. Porównanie wartości maksymalnych i

minimalnych naprężenia oraz błędów modelowania w poszczególnych cyklach dla próby próba 076 znajduje się w tabeli 57 oraz dla próby 075 tabeli 58. Analiza wyników ujawnia, że model nieprecyzyjnie przewiduje maksymalne wartości naprężenie w pierwszych cyklach obu prób. Model przewiduje również zbyt duże naprężenie w ostatnich cyklach (naprężenie ściskające wynikające z eksperymentu ma wyższą wartość).

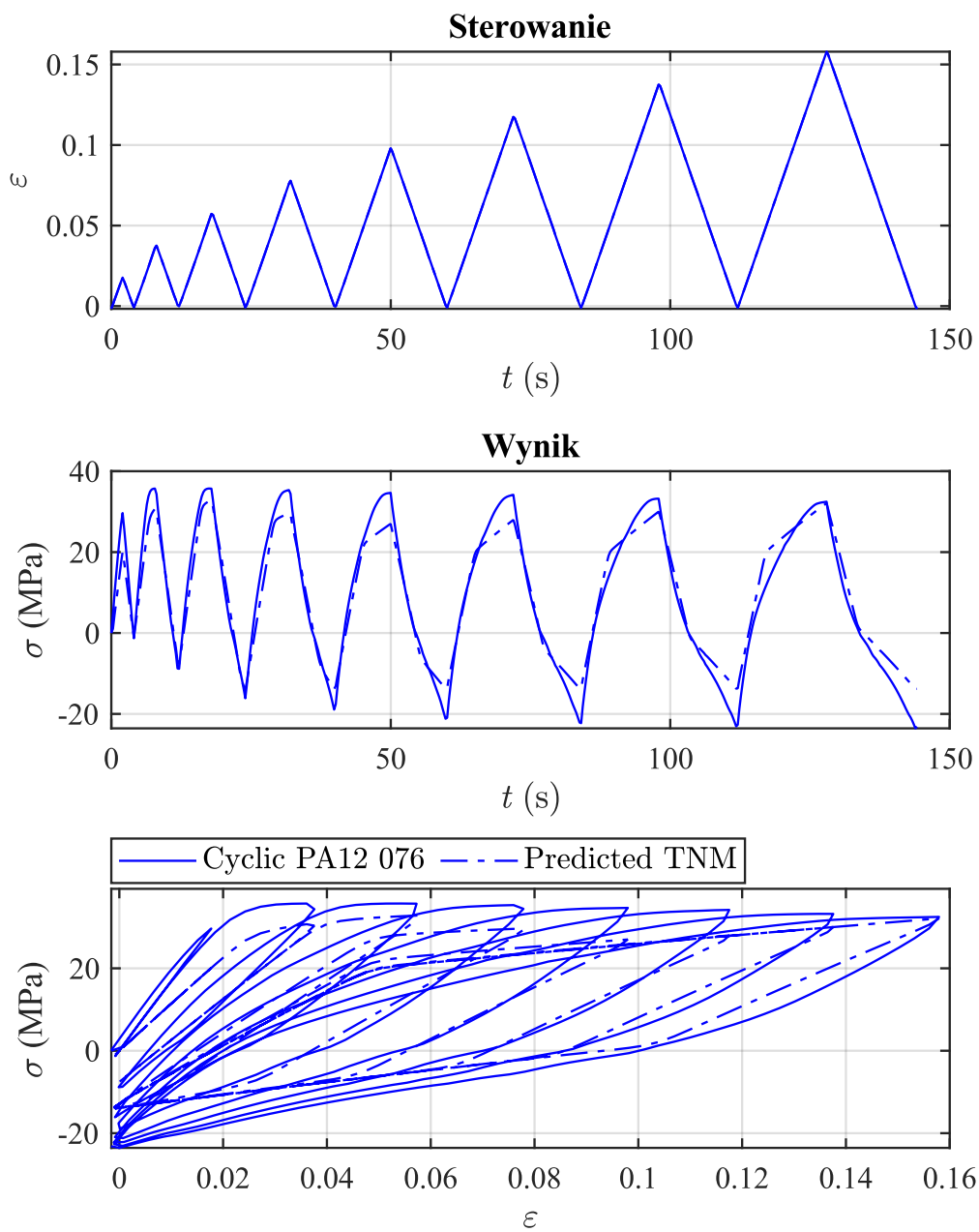
Tabela 57. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 076 PA12 – wyniki eksperymentalne vs. model TNM.

Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu TNM		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxTNM}$ (MPa)	$\sigma_{minTNM}$ (MPa)		
1	29,7	-1,4	20,1	-0,9	-30,9	1,6
2	35,7	-8,8	30,7	-7,7	-11,2	2,5
3	35,7	-16,1	32,8	-14,1	-5,6	3,9
4	35,3	-18,9	29,6	-13,8	-10,5	9,4
5	34,7	-21,2	27	-13,7	-13,8	13,4
6	34,2	-22,3	28	-13,8	-11,0	15,0
7	33,2	-23,1	30	-13,8	-5,7	16,5
8	32,5	-23,6	32,1	-13,9	-0,7	17,3

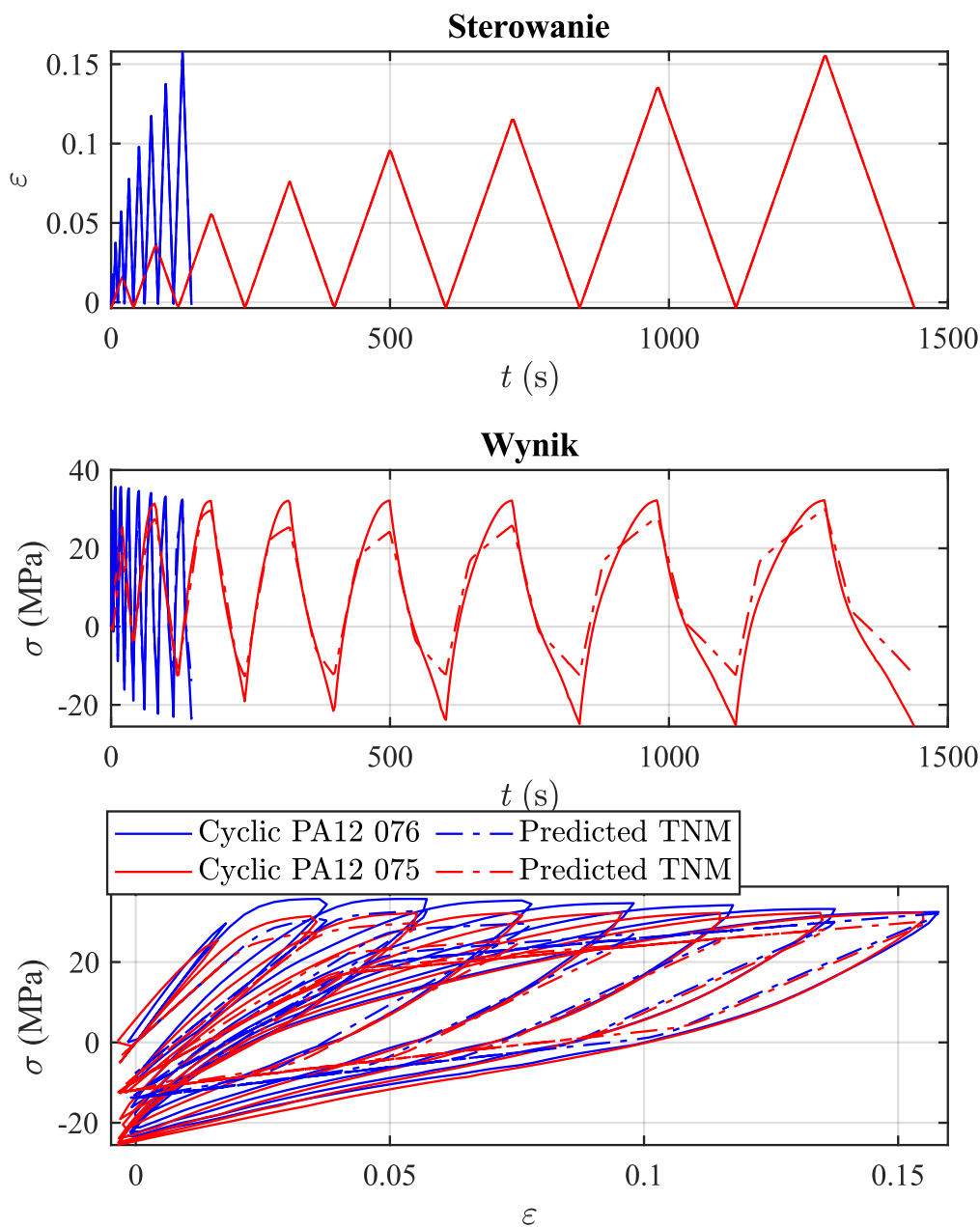
Tabela 58. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 075 PA12 – wyniki eksperymentalne vs. model TNM.

Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu TNM		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxTNM}$ (MPa)	$\sigma_{minTNM}$ (MPa)		
1	25,4	-5	18,4	-3,6	-23,0	4,6
2	31,4	-12,5	27,5	-10,8	-8,9	3,9
3	32,1	-19,1	29,7	-12,8	-4,7	12,3
4	32,2	-21,5	25,3	-12,2	-12,8	17,3
5	32,2	-23,8	24,2	-12,2	-14,3	20,7
6	32,2	-24,9	25,8	-12,4	-11,2	21,9
7	32,2	-25,2	27,9	-12,4	-7,5	22,3
8	32,3	-25,5	30,1	-12,4	-3,8	22,7





Rys. 101. Wyniki modelowania próby cyklicznego rozciągania PA12 z narastającym poziomem odkształcenia – wyniki eksperymentalne vs. model TNM.



Rys. 102. Wyniki modelowania próby cyklicznego rozciągania PA12 z narastającym poziomem odkształcenia (porównanie dwóch prób z różnymi prędkościami odkształcenia) – wyniki eksperymentalne vs. model TNM.

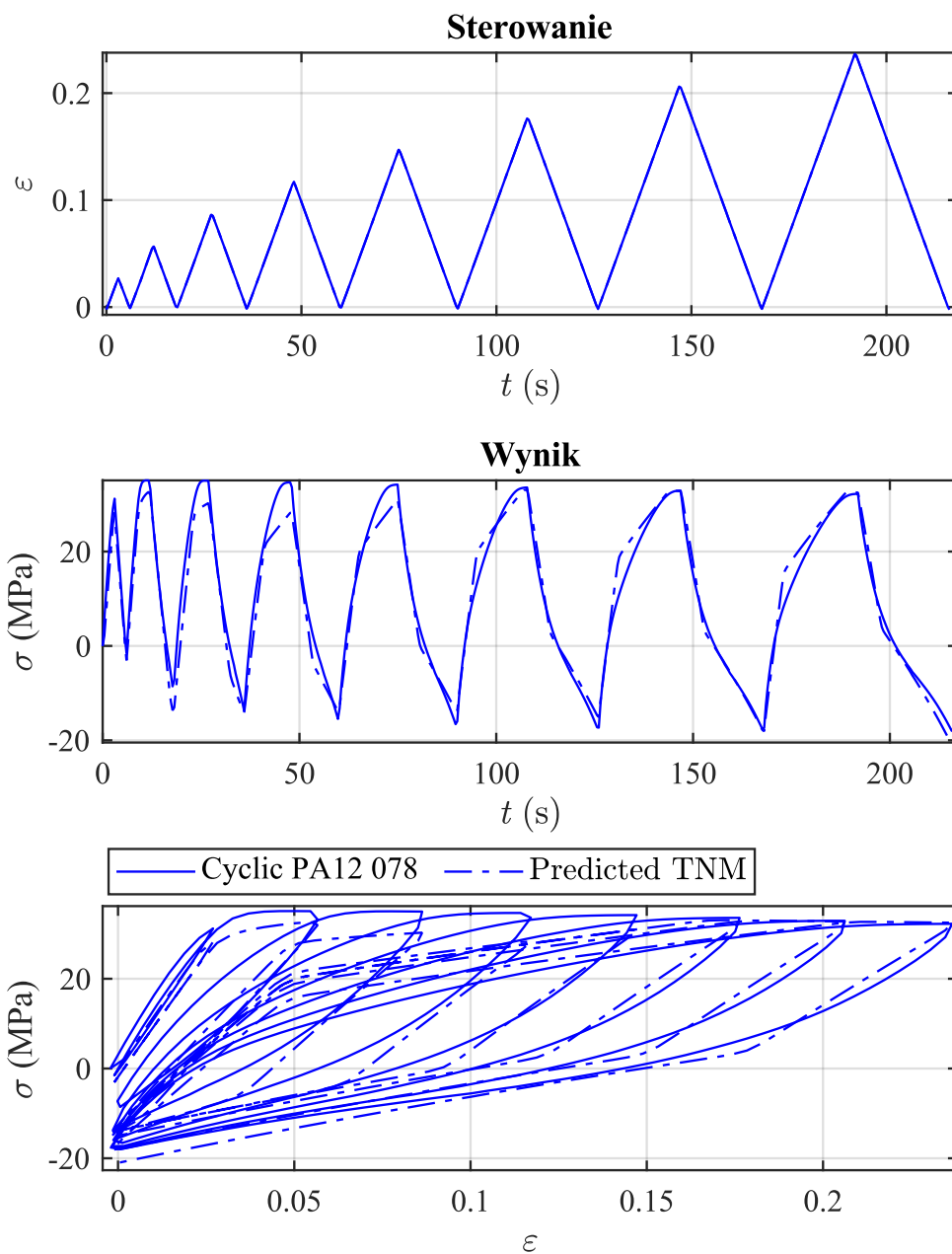
Wyniki modelowania dla PA12, dla prób 078 i 077, zostały zaprezentowane na rys. 103 i 104. W tabeli 59 przedstawiono podsumowanie wartości granicznych naprężenia uzyskanych w eksperymencie oraz przewidywane przez modelu TNM. Tożsame dane dla próby 077 zebrano w tabeli 60. Pierwsze cykle próby 078 charakteryzują się największym błędem. Kształt krzywej naprężenia w czasie jest odwzorowany na zbliżonym poziomie jak w poprzednio przedstawionych wynikach. W obu prezentowanych próbach wyniki naprężenia minimalnego są dopasowane do wyników badań doświadczalnych na wysokim poziomie.

Tabela 59. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 078 PA12 – wyniki eksperymentalne vs. model TNM.

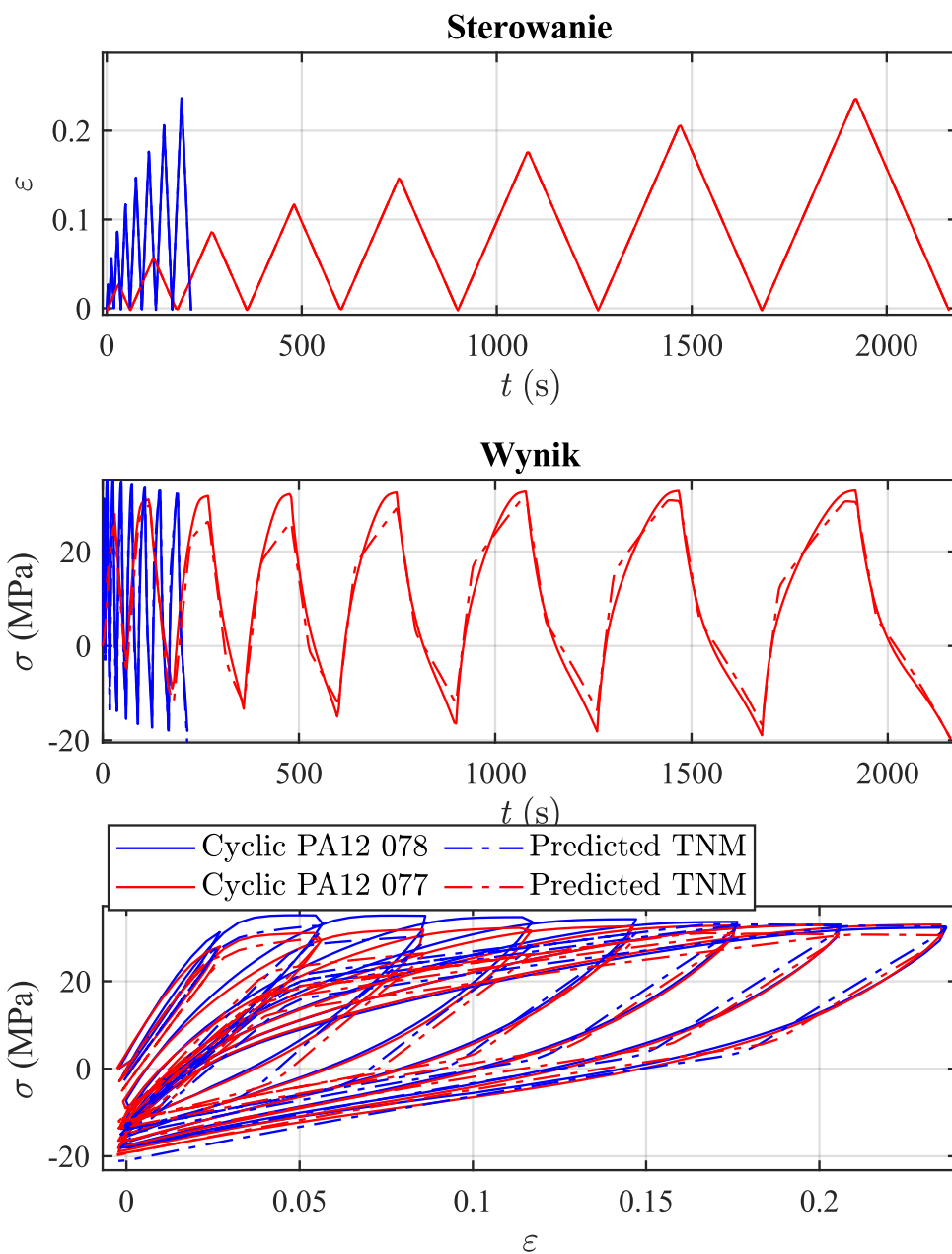
Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu TNM		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxTNM}$ (MPa)	$\sigma_{minTNM}$ (MPa)		
1	31,5	-2,1	28,3	-3,1	-9,5	-3,0
2	35,1	-9,8	32,6	-13,7	-5,6	-8,7
3	35	-13,9	30,3	-14,1	-9,6	-0,4
4	34,7	-16,1	28,2	-13,8	-12,8	4,5
5	34,2	-17,3	31	-13,7	-6,2	7,0
6	33,6	-18	33,1	-15,1	-1,0	5,6
7	32,9	-18,3	33	-18,1	0,2	0,4
8	32,3	-18,4	32,7	-21	0,8	-5,1

Tabela 60. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 077 PA12 – wyniki eksperymentalne vs. model TNM.

Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu TNM		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxTNM}$ (MPa)	$\sigma_{minTNM}$ (MPa)		
1	28,4	-3,6	25,7	-5,9	-8,4	-7,2
2	31,1	-10,1	29,8	-12	-3,2	-4,6
3	31,8	-13,5	26,4	-12,2	-11,9	2,9
4	32,2	-15,6	26,2	-11,9	-12,6	7,7
5	32,5	-17,1	29,2	-12,1	-6,7	10,1
6	32,7	-18,2	31	-13,7	-3,3	8,8
7	32,9	-19	30,9	-16,8	-3,9	4,2
8	32,9	-19,6	30,6	-19,8	-4,4	-0,4



Rys. 103. Wyniki modelowania próby cyklicznego rozciągania PA12 z narastającym poziomem odkształcenia (wyższe poziomy odkształcenia maksymalnego)– wyniki eksperymentalne vs. model TNM.



Rys. 104. Wyniki modelowania próby cyklicznego rozciągania PA12 z narastającym poziomem odkształcenia (porównanie dwóch prób z różnymi prędkościami odkształcenia) – wyniki eksperymentalne vs. model TNM.

Rys. 105 i 106 przedstawiają wyniki modelowania materiału PA12 w próbach cyklicznych, w których odkształcenie pomiędzy cyklami było utrzymywane na stałym poziomie. Zbiorcze zestawienie charakterystycznych wartości naprężeń dla próby 080 przed fazą utrzymywania stałego odkształcenia znajduje się w tabeli 61, a analogiczne dane dla końca tej fazy w tabeli 62. Dokładność odwzorowania krzywych naprężenie-odkształcenie jest porównywalna do uzyskanej w wcześniej omawianych próbach cyklicznych. Największe rozbieżności w odwzorowaniu wartości maksymalnych obserwowano w końcowej fazie ostatniego i przedostatniego cyklu.

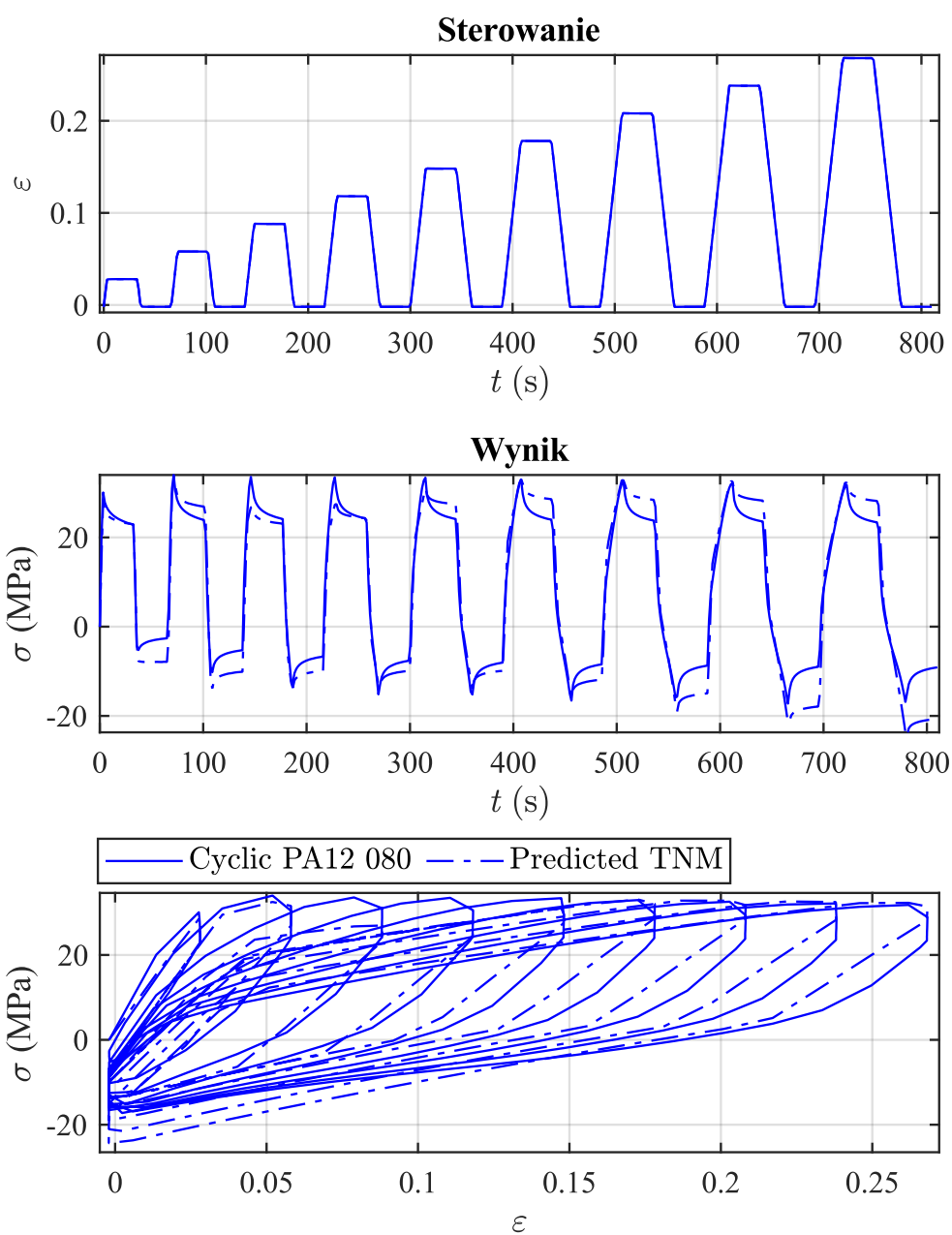
Tabela 61. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 080 PA12 w fazie przed utrzymywaniem stałej wartości odkształcenia – wyniki eksperymentalne vs. model TNM.

Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu TNM		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxTNM}$ (MPa)	$\sigma_{minTNM}$ (MPa)		
1	30,8	-6,9	28,5	-7,9	-6,1	-2,7
2	34,2	-12,4	32,5	-13,8	-3,6	-3,0
3	33,9	-14,9	26,9	-13,7	-14,3	2,5
4	33,7	-16,3	27,5	-13,3	-12,4	6,0
5	33,4	-17	31	-14	-4,8	6,0
6	33	-17,3	33,1	-16,1	0,2	2,4
7	32,6	-17,7	32,8	-19	0,4	-2,6
8	32,2	-17,7	32,6	-21,5	0,8	-7,6
9	31,9	-17,8	32,3	-24,3	0,8	-13,1

Tabela 62. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 080 PA12 w fazie po utrzymywaniu stałej wartości odkształcenia – wyniki eksperymentalne vs. model TNM.

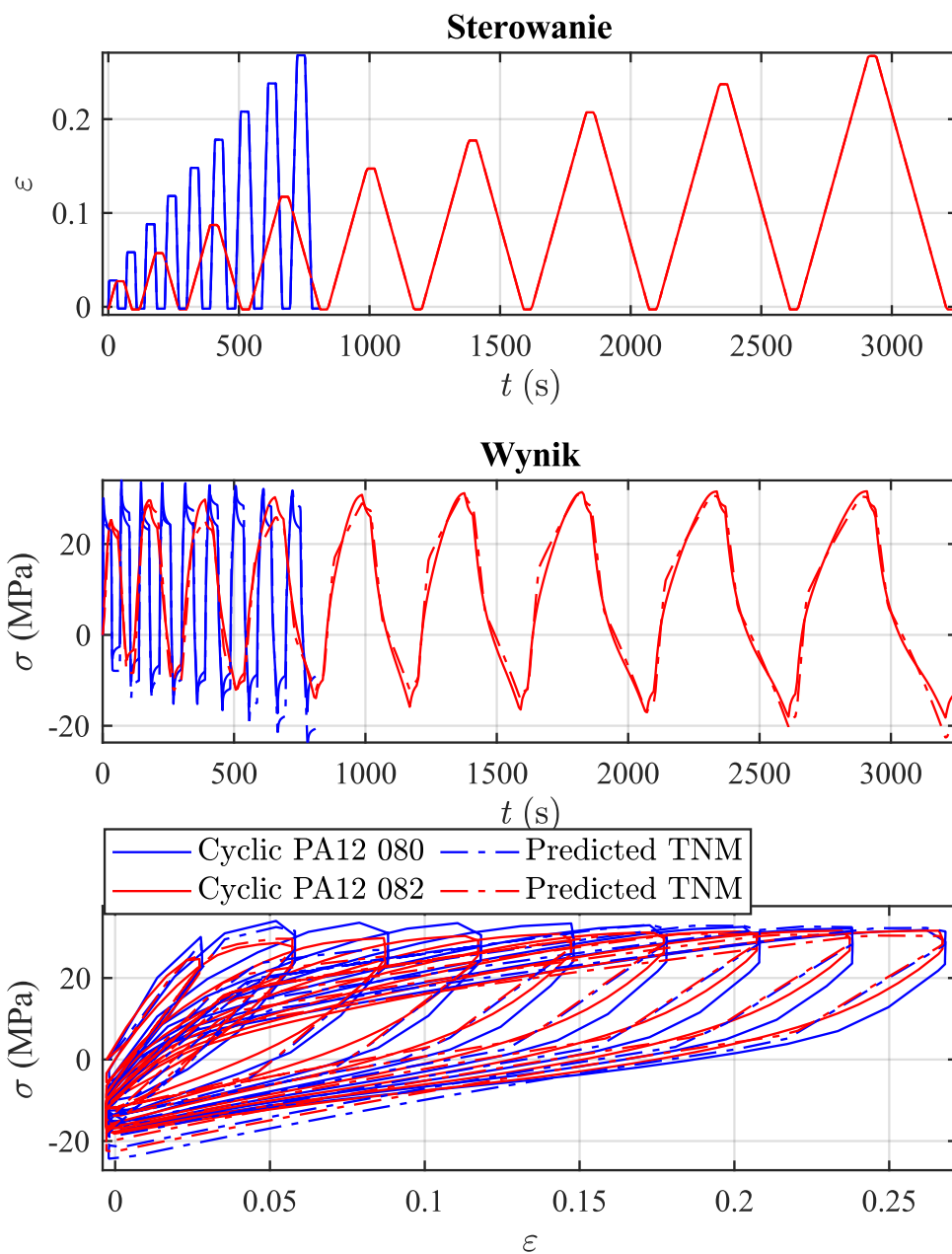
Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu TNM		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxTNM}$ (MPa)	$\sigma_{minTNM}$ (MPa)		
1	22,8	-2,6	22,9	-7,9	0,4	-20,9
2	23,8	-5,3	26,9	-10,1	10,7	-16,5
3	24,1	-6,7	23,1	-9,9	-3,2	-10,4
4	24,2	-7,6	24,3	-9,9	0,3	-7,2
5	24,1	-8	27,5	-9,9	10,6	-5,9

6	23,9	-8,4	28,6	-11,9	14,6	-10,8
7	23,7	-8,7	28,4	-14,9	14,5	-19,1
8	23,5	-8,9	28,3	-17,9	14,8	-27,8
9	23,3	-9,1	28,2	-20,7	15,1	-35,8



Rys. 105. Wyniki próby cyklicznego rozciągania PA12 z narastającym poziomem odkształcenia oraz utrzymywaniem stałego odkształcenia pomiędzy cyklami – wyniki eksperymentalne vs. model TNM.





Rys. 106. Wyniki próby cyklicznego rozciągania PLA z narastającym poziomem odkształcenia oraz utrzymywaniem stałego odkształcenia pomiędzy cyklami (porównanie dwóch prób z różnymi prędkościami odkształcenia i czasami utrzymywania stałego odkształcenia) – wyniki eksperymentalne vs. model TNM.

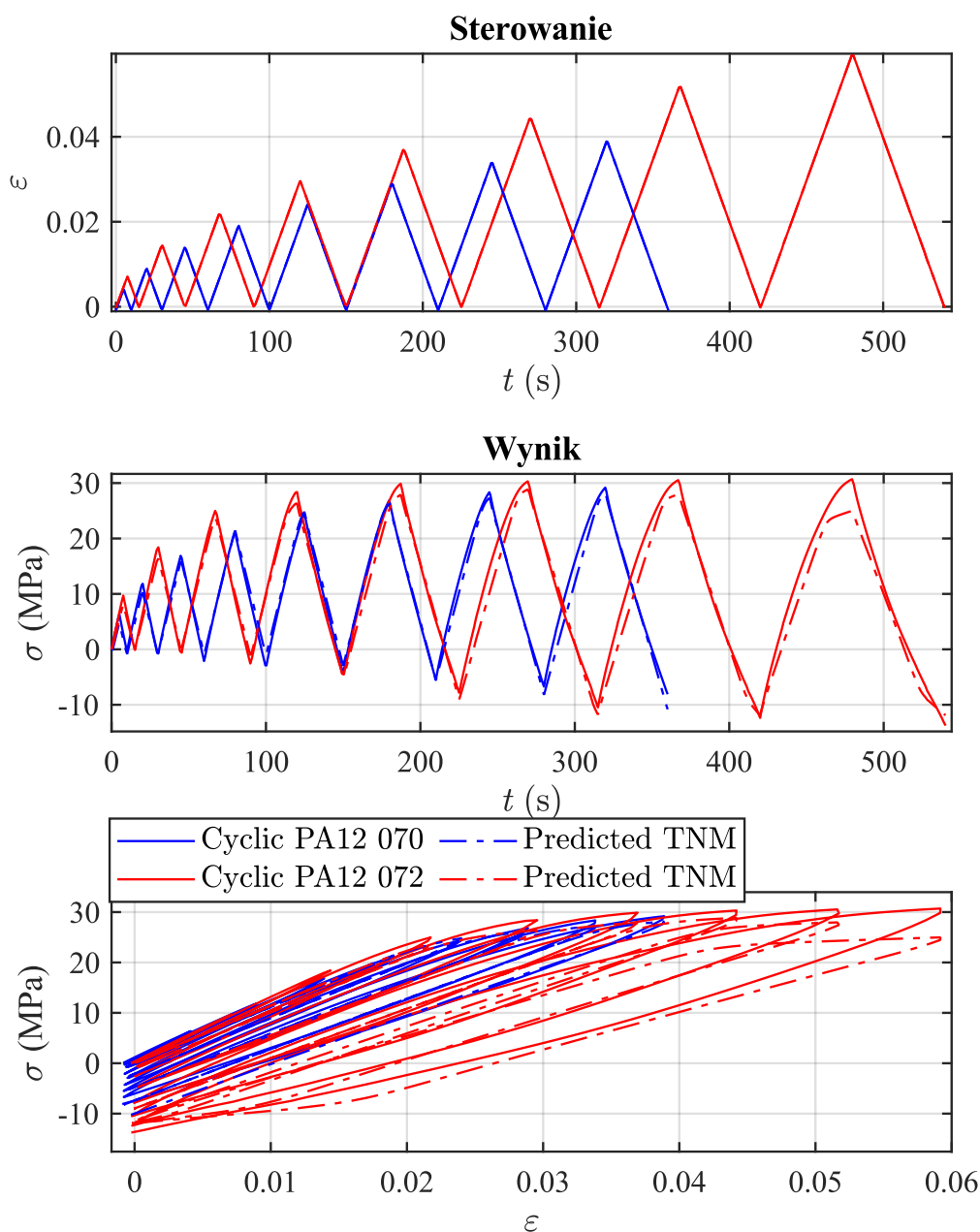
Na rys. 107 zostały zaprezentowane wyniki modelowania cyklicznych prób PA12 modelem TNM, w których zastosowano jednakowe prędkości odkształcenia, ale różne wartości odkształceń maksymalnych. Maksymalne i minimalne wartości naprężenia dla poszczególnych cykli zostały opracowane w tabelach 63 i 64. Model przewiduje zbyt niskie naprężenie maksymalne, co jest najbardziej widoczne w pierwszych dwóch cyklach. Model poprawnie przewiduje zwiększanie naprężenia wraz ze wzrostem kontrolowanego odkształcenia, co można zauważyć na zestawionym widoku obu prób.

Tabela 63. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 070 PA12 – wyniki eksperymentalne vs. model TNM.

Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu TNM		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxTNM}$ (MPa)	$\sigma_{minTNM}$ (MPa)		
1	6,4	-0,4	4,7	-0,9	-25,0	-7,4
2	12,1	-1,2	10,2	-0,6	-14,3	4,5
3	17,1	-2,2	15,9	-0,9	-6,2	6,7
4	21,3	-3,3	21,4	-0,8	0,4	10,2
5	24,5	-4,4	24,8	-2,9	1,0	5,2
6	27	-5,5	26,2	-5,6	-2,5	-0,3
7	28,5	-6,7	27,3	-8,2	-3,4	-4,3
8	29,2	-8,2	28,1	-10,8	-2,9	-7,0

Tabela 64. Porównanie maksymalnych i minimalnych naprężeń w poszczególnych cyklach próby cyklicznej 072 PA12 – wyniki eksperymentalne vs. model TNM.

Cykl	Wyniki z eksperymentu		Wyniki z modelu TNM		$\delta_{max}$ (%)	$\delta_{min}$ (%)
	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{min}$ (MPa)	$\sigma_{maxTNM}$ (MPa)	$\sigma_{minTNM}$ (MPa)		
1	9,70	-0,2	8,2	-0,1	-15,2	1,0
2	18,80	-1,1	16,4	0,2	-12,1	6,5
3	25,30	-2,7	23,7	-1,1	-5,7	5,7
4	28,60	-5,1	26,3	-4,8	-6,8	0,9
5	29,90	-8	27,9	-9	-5,3	-2,6
6	30,40	-10,5	28,9	-11,8	-3,7	-3,2
7	30,60	-12,4	28	-11,9	-6,0	1,2
8	30,80	-13,8	25	-11,9	-13,0	4,3



Rys. 107. Wyniki prób cyklicznego rozciągania PA12 z taką samą prędkością odkształcenia i różnymi poziomami zadanego odkształcenia maksymalnego – wyniki eksperymentalne vs. model TNM.

### 5.2.4. Dyskusja wyników modelowania

W niniejszej pracy porównano wyniki modelowania odpowiedzi naprężeniowo-odkształceniowej na obciążenia o zróżnicowanych parametrach próbek wykonanych w technologii druku 3D z dwóch materiałów, PLA i PA12, przy użyciu trzech różnych modeli konstytutywnych: modelu Launay i in., dwóch materiałów, PLA i PA12, przy użyciu trzech różnych modeli konstytutywnych: modelu Launay i in., modelu Bergström-Boyce (BB) oraz Three Network Model (TNM). Każdy z tych modeli oferuje różne podejście do symulacji zachowania materiałów, a ich skuteczność w odwzorowywaniu wyników eksperymentalnych była zróżnicowana.

Model Launay i in. wymagał największego nakładu pracy w zakresie implementacji, szczególnie w kontekście sterowania naprężeniem. Proces wyznaczenia parametrów materiałowych był skomplikowany i wymagał wielu kroków, aby osiągnąć odpowiednią dokładność symulacji. Mimo to, model ten wykazał pewne ograniczenia, zwłaszcza w przewidywaniu zachowania próbek wykonanych w technologii FDM z PA12 przy próbach monotonicznego rozciągania, pełzania i cyklicznych. Model skutecznie odwzorowywał wyniki dla próbek wykonanych z materiału PLA, w szczególności dla prób monotonicznych z różnymi prędkościami odkształcenia oraz wybranych prób cyklicznych. Różnice w wynikach modelowania między PLA a PA12 mogą wynikać z kilku czynników. Po pierwsze, model Launay i in. opiera się na określonych założeniach dotyczących lepko-sprężystego i lepko-plastycznego zachowania materiałów, które mogą nie uwzględniać wszystkich specyficznych właściwości próbek wykonanych z PA12 w technologii FDM. Po drugie, różnice mogą być również spowodowane trudnościami w dokładnym wyznaczeniu parametrów materiałowych, które wymagały ustalenia wartości początkowych podczas procesu optymalizacji. Jest możliwe, że znalezione optymalne rozwiązanie było jedynie lokalnym optimum, a w przypadku innego zestawu prób, wartości początkowych i wykorzystania innych narzędzi optymalizacyjnych, można by znaleźć inne, dające lepsze wyniki rozwiązanie. Podczas prowadzonych prac podejmowano liczne próby modyfikacji warunków początkowych oraz wyboru zestawu danych doświadczalnych. Choć dla niektórych z tych prób uzyskiwano wyniki o wyższej dokładności, to jednak były one ograniczone do kilku wybranych przypadków. Dlatego finalnie przyjęto wartości parametrów materiałowych modelu, które uznano za optymalne, ponieważ ich zastosowanie stosunkowo najlepiej odwzorowywało zarówno testy monotonicznego rozciągania, próby cykliczne, jak i pełzanie.

Model Bergström-Boyce (BB), w porównaniu do modelu Launay i in., wymagał stosunkowo mniej pracy związanej z wyznaczeniem parametrów i samą implementacją modelu, choć należy zauważyć, że stworzono jedynie algorytm sterowania odkształceniem. Wynikało to z przyjęcia prostszej procedury wyznaczenia parametrów oraz dostępnej literatury, w której pokazano wiele przykładów zastosowania modelu. Do wyznaczenia parametrów wystarczyło przeprowadzenie kilku podstawowych testów. W wielu przypadkach, zwłaszcza dla materiału PA12, model BB przewidywał odpowiedź materiału na obciążenia z większą dokładnością. Niemniej jednak, w odróżnieniu od modelu Launay i in., BB nie odwzorowywał dokładnie zmiany nachylenia krzywej w części quasi-liniowej przy różnych prędkościach odkształcenia oraz w przypadku niektórych prób cyklicznych dla PLA i PA12 znacznie zaniżał wartość naprężenia względem wyników doświadczalnych. Model również wymagał wielu iteracji, których celem było znalezienie odpowiednich wartości inicjalnych do optymalizacji przy wyznaczeniu parametrów oraz wskazanie właściwych prób doświadczalnych dla wybranych materiałów. Jednak ilość tych iteracji była mniejsza niż w przypadku modelu Launay i in. Wynikało to z tego, że proces wyznaczenia parametrów był związany z wieloma parametrami jednocześnie, a zaimplementowany mechanizm umożliwiał kontrolowanie parametrów podlegających wyznaczeniu, wybór metody optymalizacyjnej, wybór prób doświadczalnych z przygotowanej w ramach badań doświadczalnych bazy danych. Nie można również pominąć, że model jest dokładnie opisany w literaturze wraz z wszystkimi parametrami oraz przykładami implementacji.

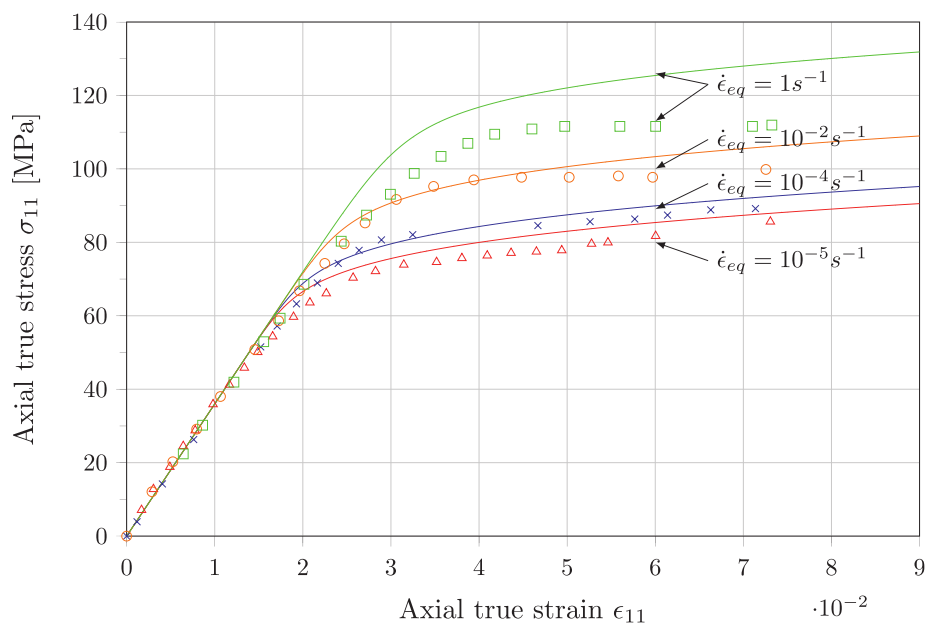
Model Three Network Model (TNM) okazał się być najprostszym w implementacji i wymagającym minimalnej liczby testów do wyznaczenia parametrów materiałowych (tak samo jak w modelu BB). Odpowiedź modelu dla obu materiałów, PLA i PA12, była w wielu przypadkach dokładniejsza niż przy zastosowaniu modeli Launay i in. oraz BB. Model TNM skutecznie odwzorowywał zarówno maksymalne, jak i minimalne wartości naprężeń, zwłaszcza w próbach cyklicznych. W ocenie autora niniejszej pracy model ten okazał się

najbardziej optymalny do symulacji zachowania próbek wykonanych z dwóch wybranych materiałów polimerowych, drukowanych metodą FDM.

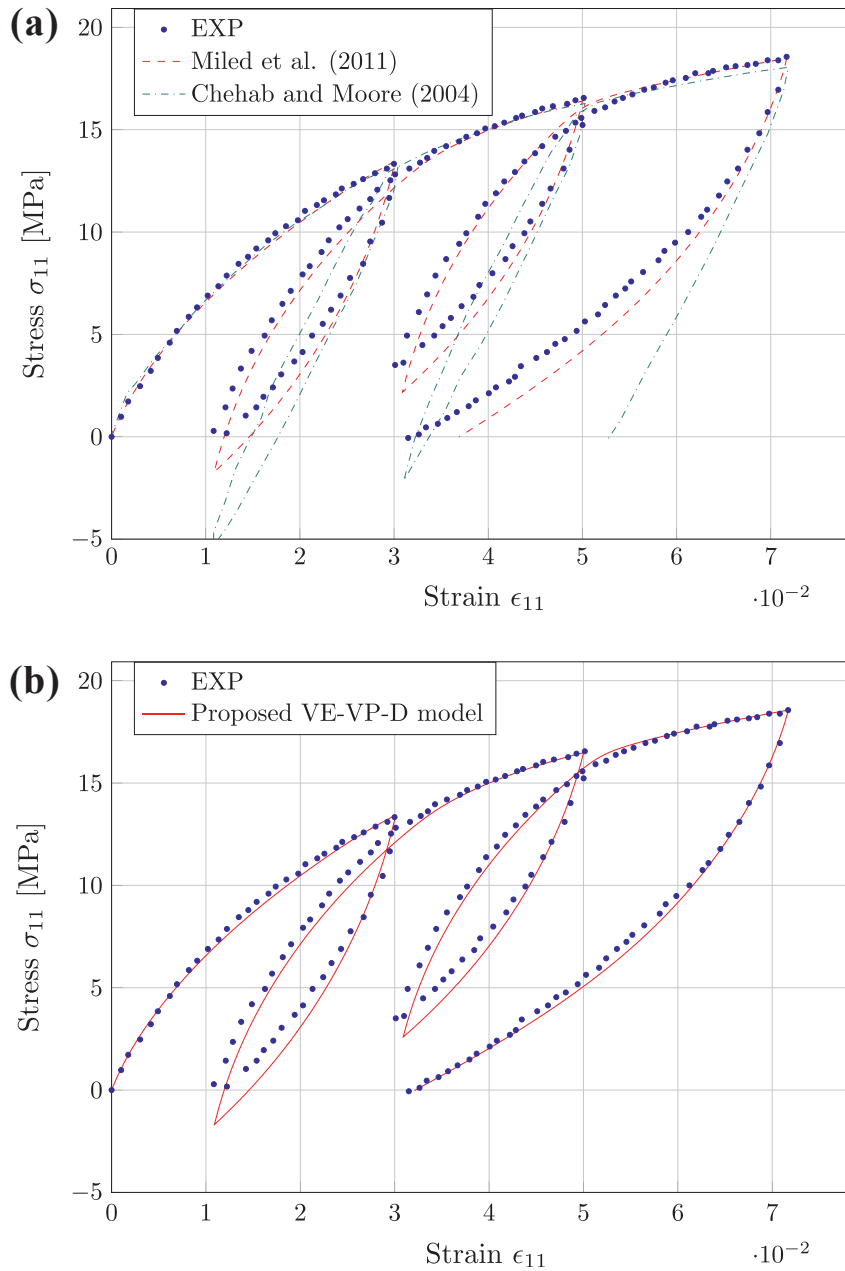
Łatwość implementacji modeli zależy w dużej mierze od doświadczenia oraz szczegółowych opisów dostępnych w literaturze. W pracy kolejność implementacji mogła wpłynąć na łatwość wdrożenia poszczególnych rozwiązań. Bez wątpienia jednak model Launay i in. jest najmniej dokładnie opisany w literaturze pod względem implementacji, a proces wyznaczania parametrów materiałowych jest dużo bardziej złożony niż w przypadku pozostałych modeli.

Biorąc pod uwagę łatwość implementacji oraz dokładność odwzorowywania wyników eksperymentalnych, model TNM wydaje się być najbardziej odpowiedni do modelowania właściwości mechanicznych materiałów drukowanych metodą FDM. Jego przewaga nad pozostałymi modelami jest szczególnie widoczna w przypadku łatwości procesu wyznaczania parametrów oraz precyzji w przewidywaniu odpowiedzi naprężeniowej przy różnych prędkościach odkształcenia. Jako kolejną zaletę modelu TNM należy podać możliwość rozbudowy o uwzględnienie wpływu temperatury, co nie było podjęte w zakresie tej rozprawy.

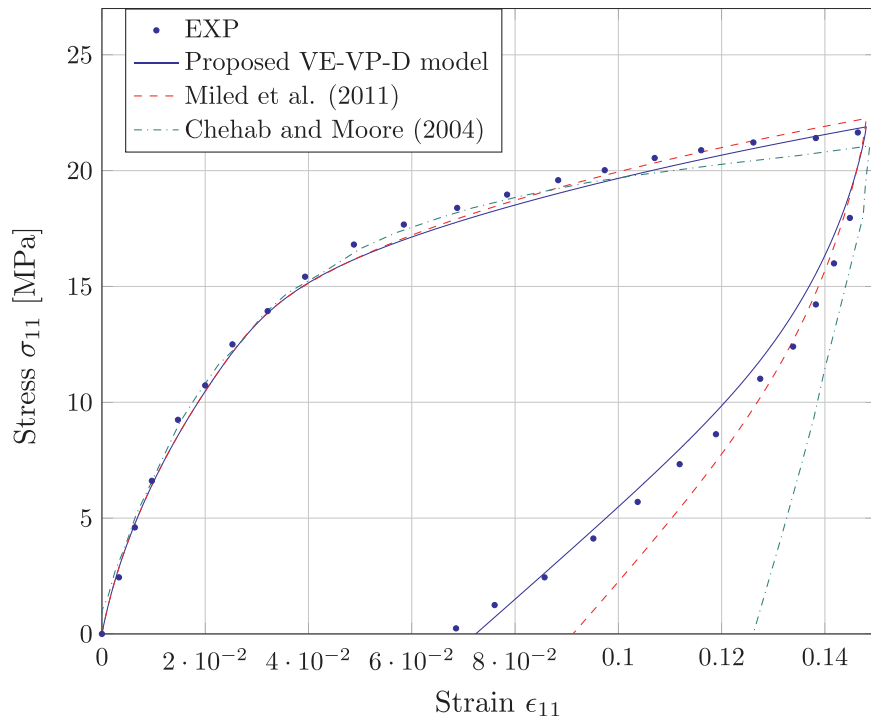
Mimo że w niniejszej pracy skupiono się na modelowaniu polimerów drukowanych w 3D, wyniki te są w dużej mierze porównywalne do prac dotyczących materiałów o podobnych właściwościach mechanicznych, ale przetwarzanych innymi metodami. W literaturze często wskazuje się na trudności związane z dokładnym odwzorowaniem nieliniowych i zależnych od prędkości odkształcenia zachowań polimerów. Jednakże, w niniejszej pracy, zastosowanie modelu TNM pozwoliło na uzyskanie wyników, które pod względem dokładności przewyższają niektóre z dotychczasowych wyników dotyczących modelowania zachowania materiałów polimerowych wytwarzanych standardowymi metodami. Za przykład mogą posłużyć: modelowanie rozciągania Nylonu 101 z różnymi prędkościami (rys. 108) i prób cyklicznych przeprowadzonych na HDPE (rys. 109 i 110) z pracy [95], rozciągania, pełzania i relaksacji MDPE (rys. 111, 112, 113, 114) z pracy [15], rozciągania z różnymi prędkościami HDPE (rys. 115) z artykułu [96], rozciągania cyklicznego żywicy RTM-6 (rys. 116) z publikacji [97], czy różnych testów mechanicznych przeprowadzonych na PP w pracy [25] (rys. 117 i 118).



Rys. 108. Odpowiedź Nylon101 w próbach jednoosiowego rozciągania przy różnych prędkościach odkształcenia. Symbole oznaczają wyniki eksperymentalne z pracy [98] a linie ciągłe oznaczają symulacje numeryczne z wersją modelu EVP. Parametry materiałowe są wymienione w Tabeli 2 [95]. (Przedruk za zgodą Elsevier).

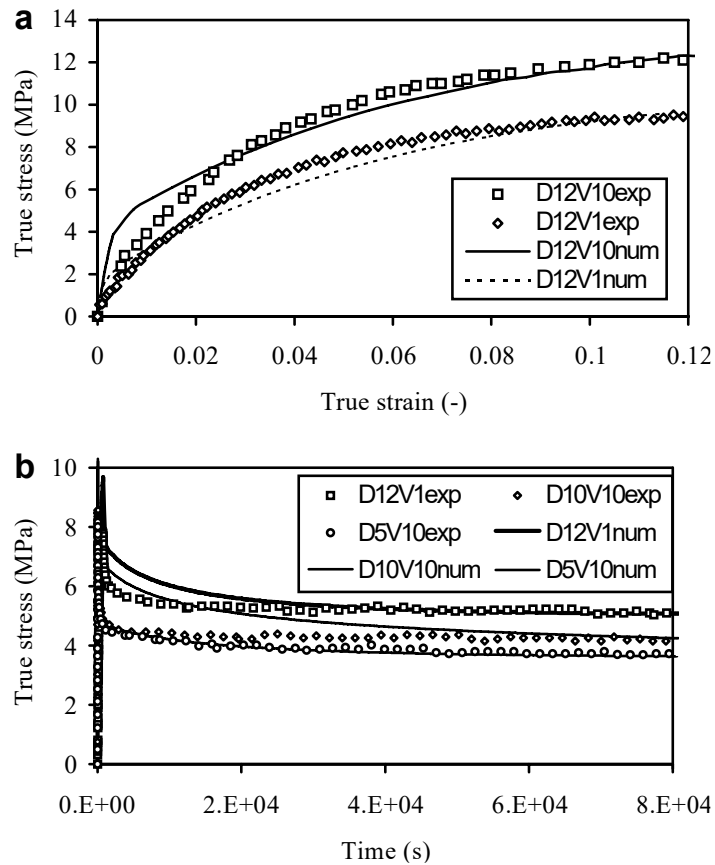


Rys. 109. Zachowanie HDPE podczas cyklicznego obciążania rozciągającego przy prędkości odkształcenia ( $10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ): (a) Symulacje numeryczne z użyciem modelu VE-VP [99] oraz jednoosiowego modelu LVE-VP [100] i (b) z użyciem proponowanego modelu VE-VP-D. Dopasowane parametry materiałowe są wymienione w Tabeli 3 [95]. (Przedruk za zgodą Elsevier).

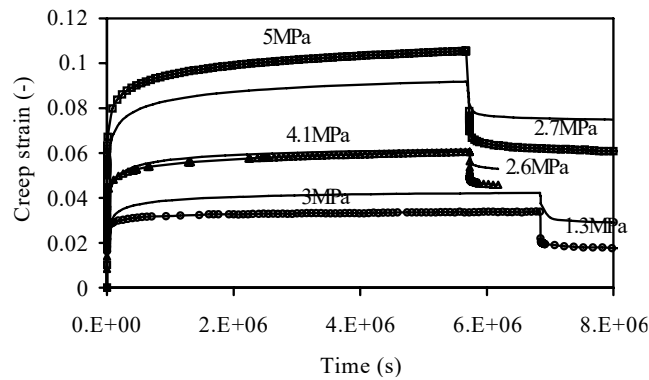


Rys. 110. Zachowanie HDPE podczas jednoosiowego testu rozciągania-ściskania przy prędkości odkształcenia ( $10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ). Dopasowane parametry materiałowe są wymienione w Tabeli 3. Kropki oznaczają wyniki eksperymentalne z pracy [101], linie oznaczają przewidywania z użyciem proponowanego modelu VE-VP-D, modelu VE-VP [99], oraz jednoosiowego modelu LVE-VP [100] [95]. (Przedruk za zgodą Elsevier).

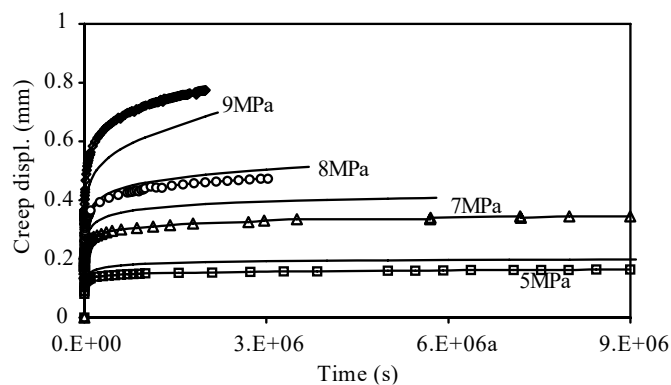




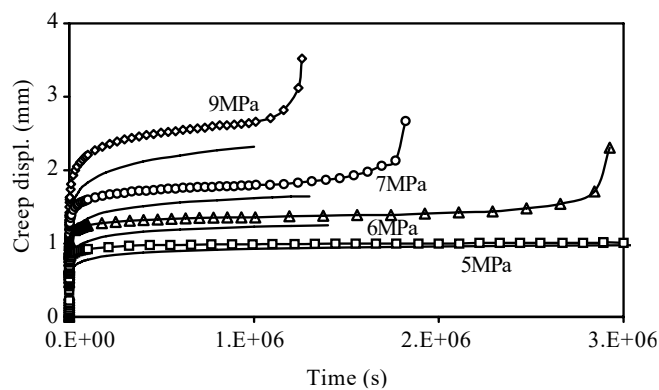
Rys. 111. Wyniki eksperymentalne i przewidywania modelu: (a) etap rozciągania z stałą prędkością odkształcenia; (b) etap relaksacji [15]. (Przedruk za zgodą Elsevier).



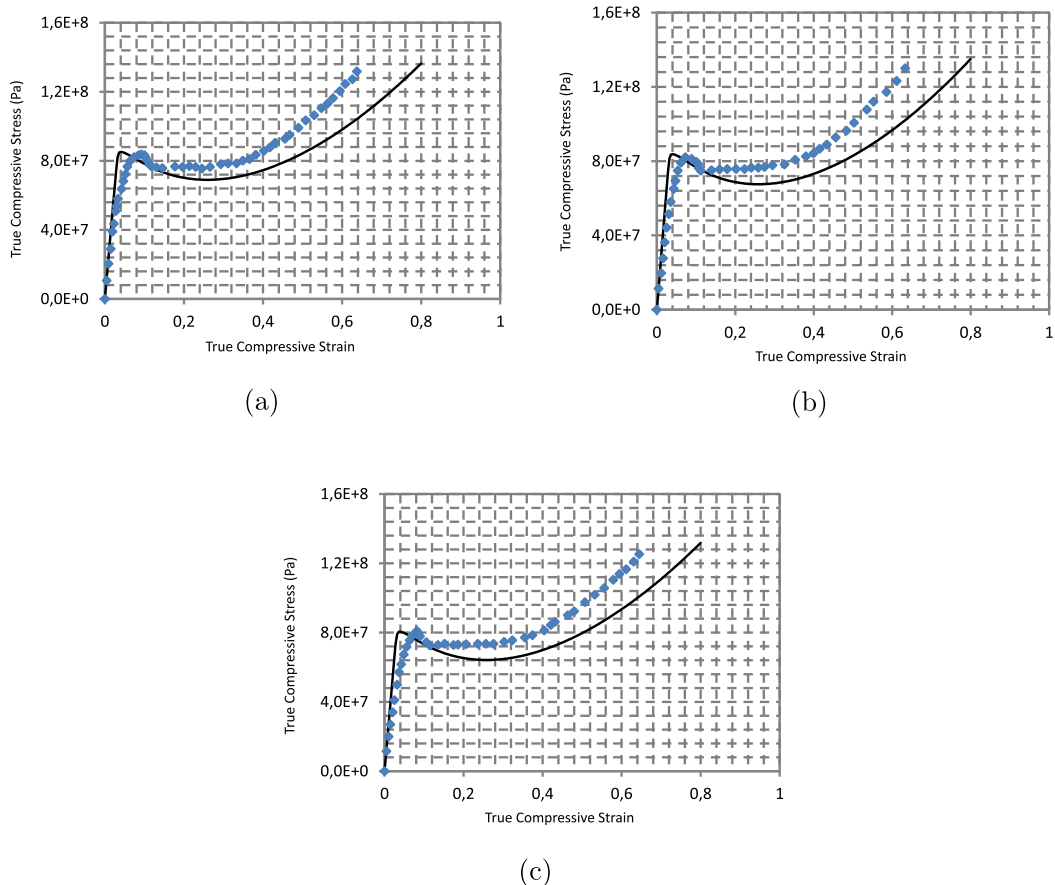
Rys. 112. Wyniki eksperymentalne (linie ciągłe) i przewidywania modelu dla jednoosiowych testów pełzania [15]. (Przedruk za zgodą Elsevier).



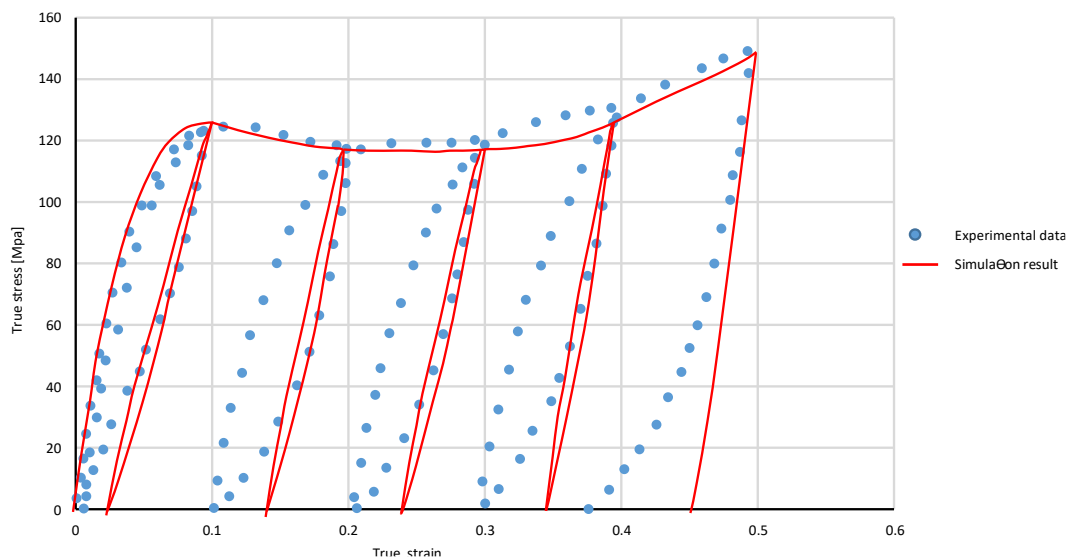
Rys. 113. Wyniki eksperymentalne (linia + symbol) i przewidywania modelu (linia ciągła) dla testów pełzania na próbkach FNCT. Etykiety wskazują zastosowane naprężenie [15]. (Przedruk za zgodą Elsevier).



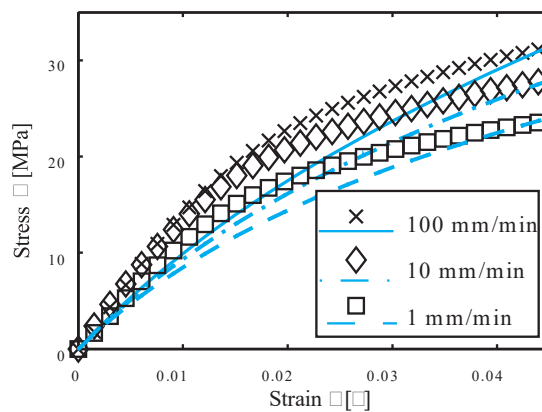
Rys. 114. Wyniki eksperymentalne (linia + symbol) i przewidywania modelu (linia ciągła) dla testów pełzania na próbkach DENT. Etykiety wskazują zastosowane naprężenie netto. [15]. (Przedruk za zgodą Elsevier).



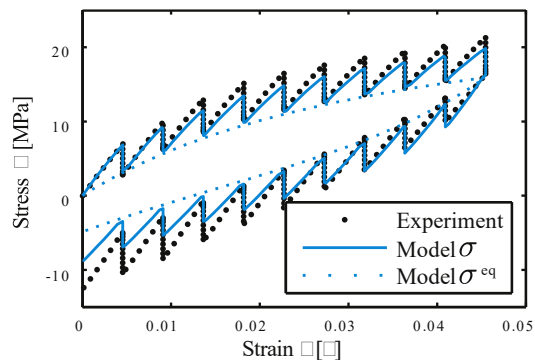
Rys. 115. Napężenie rzeczywiste– odkształcenie rzeczywiste dla testu ściskania w płaskim stanie odkształcenia na PC w temperaturze pokojowej, linia ciągła: symulacja; kwadraty: eksperyment; oś pozioma: rzeczywiste odkształcenie ściskające; oś pionowa: rzeczywiste napężenie ściskające (Pa); (a):  $\dot{\epsilon} = 0.001$  (1/s); (b):  $\dot{\epsilon} = 0.0005$  (1/s); (c):  $\dot{\epsilon} = 0.0001$  (1/s). [96]. (Przedruk za zgodą Elsevier).



Rys. 116. Porównanie wyników analizy modelu VE-VP z danymi eksperymentalnymi z pracy Morelle (2015) dla cyklicznego testu ściskania [97]. (Przedruk za zgodą Elsevier).



Rys. 117. Przewidywanie zależności od prędkości odkształcenia dla monotonicznych testów rozciągania przy użyciu liniowej lepkoelastyczności oraz parametrów zidentyfikowanych na podstawie eksperymentów relaksacyjnych (symbole: wyniki eksperymentalne, linie ciągłe: przewidywanie modelu) [25]. (Przedruk za zgodą Elsevier).



Rys. 118. Przewidywanie zachowania materiału ( $\sigma = \sigma^{eq} + \sigma^{ov}$  oraz  $\sigma^{eq}$ ) dla eksperymentów obciążenia i odciążenia z pośrednimi czasami trwania [25]. (Przedruk za zgodą Elsevier).

## 6. PODSUMOWANIE

Podsumowanie niniejszej pracy obejmuje ocenę właściwości mechanicznych materiałów drukowanych metodą FDM oraz porównanie wyników eksperymentalnych z przewidywaniami trzech modeli konstytutywnych: modelu Launay i in., modelu Bergström-Boyce (BB) oraz modelu Three Network Model (TNM). Analiza objęła próbki wytworzone w technologii druku FDM z materiałów PLA i PA12, które zostały poddane testom monotonicznego rozciągania z różnymi prędkościami odkształcenia, wielu próbom cyklicznym oraz pełzania.

Wyniki pokazały, że każdy z badanych modeli ma swoje zalety i ograniczenia w przewidywaniu zachowania mechanicznego badanych materiałów. Model Launay i in., choć wymagał najbardziej zaawansowanej implementacji i precyzyjnego określenia parametrów materiałowych, nie zawsze dokładnie odwzorowywał zachowanie próbek z PA12, zwłaszcza w przypadku testów cyklicznych i pełzania. Mimo to, model ten okazał się skuteczny w przewidywaniu zachowania PLA w testach monotonicznych. Modele BB i TNM, choć wymagały mniej nakładu pracy przy wyznaczaniu parametrów, wykazały większą zgodność z wynikami eksperymentalnymi, szczególnie w odniesieniu do PLA. Modele te okazały się bardziej wszechstronne, lepiej odzwierciedlając złożone zachowanie materiału zarówno w testach cyklicznych, jak i monotonicznych.

Krytycznym elementem stosowania wybranych modeli konstytutywnych jest wyznaczanie parametrów materiałowych. Proces ten jest bardzo wrażliwy na zestaw danych eksperymentalnych oraz metodę optymalizacyjną, wliczając w to sposób wyboru początkowych wartości parametrów. Podczas licznych prób wyznaczania parametrów materiałowych stosowano rozmaite algorytmy optymalizacyjne, dobierano różne zestawy danych eksperymentalnych, ale żadne z rozwiązań nie wykazało istotnej przewagi nad pozostałymi i proces w znacznej mierze obejmował metodę prób i błędów. Weryfikacji poddano również zestawy parametrów uzyskanych z wykorzystaniem komercyjnego narzędzia MCalibration [102]. Nie uzyskano jednak wyników jakościowo lepszych niż przy zastosowaniu parametrów materiałowych wyznaczonych samodzielnie.

Porównanie wyników uzyskanych w tej pracy z literaturą pokazuje, że modelowanie zachowania obiektów drukowanych metodą FDM jest wyzwaniem ze względu na ich specyficzne własności związane z technologią przetwarzania, powtarzalnością, czy mnogość parametrów mających wpływ na te własności. Z drugiej strony, otrzymane wyniki pozwalają na sformułowanie wniosku, że przynajmniej w pewnym zakresie, modelowanie konstytutywne obiektów wykonanych w technologii druku 3D jest możliwe z wykorzystaniem już istniejących modeli. Ponadto, uzyskane wyniki stanowią krok w kierunku lepszego zrozumienia i przewidywania zachowania mechanicznego materiałów FDM, co może przyczynić się do ich bardziej niezawodnego zastosowania w praktyce inżynierskiej.

W dalszych badaniach warto skupić się na kilku kluczowych aspektach, które mogą znacząco poprawić jakość i precyzję modelowania zachowania mechanicznego materiałów drukowanych metodą FDM. Po pierwsze, istotnym krokiem byłoby rozszerzenie implementacji modeli konstytutywnych w programach wykorzystujących metodę elementów skończonych. Taka implementacja umożliwiłaby bardziej złożone symulacje, w tym obiektów o skomplikowanej geometrii. Kolejnym kierunkiem rozwoju jest rozbudowa algorytmów obliczeniowych BB i TNM o możliwość sterowania naprężeniem. Opracowane w ramach pracy algorytmy pozwoliły na uzyskanie wyników obliczeń charakteryzujących się dobrą zgodnością z wynikami eksperymentalnymi. Wprowadzenie sterowania naprężeniem umożliwiłoby weryfikację zastosowania tych modeli przy próbach cyklicznych sterowanych naprężeniem oraz przy próbach pełzania. Dalsze prace powinny również koncentrować się na lepszym dopasowaniu parametrów materiałowych. Choć zastosowane metody optymalizacji dostarczają satysfakcjonujących wyników, istnieje możliwość dalszej poprawy poprzez zastosowanie

bardziej zaawansowanych technik optymalizacyjnych oraz inny dobór wartości początkowych parametrów. Wprowadzenie automatyzacji w procesie wyznaczania parametrów materiałowych mogłoby z kolei przyspieszyć ten proces, zwiększając jednocześnie jego precyzję.

## 7. LITERATURA

- [1] ISO/ASTM 52900, 2015. [www.iso.org](http://www.iso.org)[www.astm.org](http://www.astm.org).
- [2] A. Gebhardt, J.-S. Hötter, Additive manufacturing : 3D printing for prototyping and manufacturing, n.d.
- [3] I. Gibson, D.W. Rosen, B. Stucker, Additive manufacturing technologies: Rapid prototyping to direct digital manufacturing, Springer US, 2010. <https://doi.org/10.1007/978-1-4419-1120-9>.
- [4] J. Gardan, Additive manufacturing technologies: State of the art and trends, *Int J Prod Res* 54 (2016) 3118–3132. <https://doi.org/10.1080/00207543.2015.1115909>.
- [5] J.S. Bergström, *Mechanics of Solid Polymers: Theory and Computational Modeling*, 2015. <https://doi.org/10.1016/C2013-0-15493-1>.
- [6] J.-F. Agassant, P. Avenas, P.J. Carreau, B. Vergnes, M. Vincent, *Polymer Processing*, in: *Polymer Processing*, Carl Hanser Verlag GmbH & Co. KG, München, 2017: pp. I–XLI. <https://doi.org/10.3139/9781569906064.fm>.
- [7] J.R. Fried, *Polymer Science & Technology*, 2014.
- [8] F. Irgens, *Continuum mechanics*, 2008. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-74298-2>.
- [9] H.F. Brinson, L.C. Brinson, *Polymer engineering science and viscoelasticity: An introduction*, Second edition, Springer, 2015. <https://doi.org/10.1007/978-1-4899-7485-3>.
- [10] ISO 527-1-2012 *Plastics - Determination of tensile properties. Part 1 - General principles*, 2012.
- [11] ASTM D638 -14 *Tensile Properties of Plastics 1*, n.d. <https://doi.org/10.1520/D0638-14>.
- [12] T. Zhu, X. Li, X. Zhao, X. Zhang, Y. Lu, L. Zhang, Stress-strain behavior and corresponding crystalline structures of four types of polyethylene under a wide range of strain rates, *Polym Test* 106 (2022) 107460. <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2021.107460>.
- [13] J. Hund, H.M. Granum, S.N. Olufsen, P.H. Holmström, J. Johnsen, A.H. Clausen, Impact of stress triaxiality, strain rate, and temperature on the mechanical response and morphology of PVDF, *Polym Test* 114 (2022) 107717. <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2022.107717>.
- [14] P. Song, A.R. Trivedi, C.R. Siviour, Mechanical response of four polycarbonates at a wide range of strain rates and temperatures, *Polym Test* 121 (2023) 107986. <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2023.107986>.
- [15] H. Ben Hadj Hamouda, L. Laiarinandrasana, R. Piques, Viscoplastic behaviour of a medium density polyethylene (MDPE): Constitutive equations based on double nonlinear deformation model, *Int J Plast* 23 (2007) 1307–1327. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2006.11.007>.
- [16] A.L. Yarin, A. Sankaran, S. An, B. Pourdeyhimi, Constitutive modeling of polymers accounting for their hyperelasticity, plasticity, creep and viscoelastic relaxation, *Polym Test* 85 (2020) 106444. <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2020.106444>.
- [17] M.R. Adibeig, S. Hassanifard, F. Vakili-Tahami, Optimum creep lifetime of Polymethyl Methacrylate (PMMA) tube using rheological creep constitutive models based on experimental data, *Polym Test* 75 (2019) 107–116. <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2019.01.016>.
- [18] A. Fairhurst, M. Thommen, C. Rytka, Comparison of short and long term creep testing in high performance polymers, *Polym Test* 78 (2019) 105979. <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2019.105979>.
- [19] K. Emori, T. Miura, H. Kishida, A. Yonezu, Creep deformation behavior of polymer materials with a 3D random pore structure: Experimental investigation and FEM

- modeling, *Polym Test* 80 (2019) 106097. <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2019.106097>.
- [20] X. Wang, Y. Pan, Y. Qin, M. Voigt, X. Liu, G. Zheng, Q. Chen, D.W. Schubert, C. Liu, C. Shen, Creep and recovery behavior of injection-molded isotactic polypropylene with controllable skin-core structure, *Polym Test* 69 (2018) 478–484. <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2018.05.040>.
- [21] T. Barriere, X. Gabrion, S. Holopainen, A compact constitutive model to describe the viscoelastic-plastic behaviour of glassy polymers: Comparison with monotonic and cyclic experiments and state-of-the-art models, *Int J Plast* 122 (2019) 31–48. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2019.05.010>.
- [22] F. Praud, G. Chatzigeorgiou, J. Bikard, F. Meraghni, Phenomenological multi-mechanisms constitutive modelling for thermoplastic polymers, implicit implementation and experimental validation, *Mechanics of Materials* 114 (2017) 9–29. <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2017.07.001>.
- [23] H.S. da Costa Mattos, J.M.L. Reis, L.G.M.O. de Medeiros, A.H. Monteiro, S.C.S. Teixeira, E.G. Chaves, Analysis of the cyclic tensile behaviour of an elasto-viscoplastic polyamide, *Polym Test* 58 (2017) 40–47. <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2016.12.009>.
- [24] B.P. Reis, L.M. Nogueira, D.A. Castello, L.A. Borges, A visco-hyperelastic model with Mullins effect for polyurethane elastomers combining a phenomenological approach with macromolecular information, *Mechanics of Materials* 161 (2021). <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2021.104023>.
- [25] M. Kästner, M. Obst, J. Brummund, K. Thielsch, V. Ulbricht, Inelastic material behavior of polymers - Experimental characterization, formulation and implementation of a material model, *Mechanics of Materials* 52 (2012) 40–57. <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2012.04.011>.
- [26] A.S. Khan, O. Lopez-Pamies, R. Kazmi, Thermo-mechanical large deformation response and constitutive modeling of viscoelastic polymers over a wide range of strain rates and temperatures, *Int J Plast* 22 (2006) 581–601. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2005.08.001>.
- [27] Z. Qi, N. Hu, G. Li, D. Zeng, X. Su, Constitutive modeling for the elastic-viscoplastic behavior of high density polyethylene under cyclic loading, *Int J Plast* 113 (2019) 125–144. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2018.09.010>.
- [28] N. Shahrubudin, T.C. Lee, R. Ramlan, An overview on 3D printing technology: Technological, materials, and applications, *Procedia Manuf* 35 (2019) 1286–1296. <https://doi.org/10.1016/j.promfg.2019.06.089>.
- [29] T.D. Ngo, A. Kashani, G. Imbalzano, K.T.Q. Nguyen, D. Hui, Additive manufacturing (3D printing): A review of materials, methods, applications and challenges, *Compos B Eng* 143 (2018) 172–196. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2018.02.012>.
- [30] X. Wang, M. Jiang, Z. Zhou, J. Gou, D. Hui, 3D printing of polymer matrix composites: A review and prospective, *Compos B Eng* 110 (2017) 442–458. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2016.11.034>.
- [31] S.K. Hedayati, A.H. Behraves, S. Hasannia, A. Bagheri Saed, B. Akhoundi, 3D printed PCL scaffold reinforced with continuous biodegradable fiber yarn: A study on mechanical and cell viability properties, *Polym Test* 83 (2020). <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2020.106347>.
- [32] F. Alam, K.M. Varadarajan, S. Kumar, 3D printed polylactic acid nanocomposite scaffolds for tissue engineering applications, *Polym Test* 81 (2020). <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2019.106203>.



- [33] B.J. Park, H.J. Choi, S.J. Moon, S.J. Kim, R. Bajracharya, J.Y. Min, H.K. Han, Pharmaceutical applications of 3D printing technology: current understanding and future perspectives, *J Pharm Investig* 49 (2019) 575–585. <https://doi.org/10.1007/s40005-018-00414-y>.
- [34] M.M. Garmabi, P. Shahi, J. Tjong, M. Sain, 3D printing of polyphenylene sulfide for functional lightweight automotive component manufacturing through enhancing interlayer bonding, *Addit Manuf* 56 (2022) 102780. <https://doi.org/10.1016/j.addma.2022.102780>.
- [35] C.M. Shemelya, A. Rivera, A.T. Perez, C. Rocha, M. Liang, X. Yu, C. Kief, D. Alexander, J. Stegeman, H. Xin, R.B. Wicker, E. MacDonald, D.A. Roberson, Mechanical, Electromagnetic, and X-ray Shielding Characterization of a 3D Printable Tungsten–Polycarbonate Polymer Matrix Composite for Space-Based Applications, *Journal of Electronic Materials* 2015 44:8 44 (2015) 2598–2607. <https://doi.org/10.1007/S11664-015-3687-7>.
- [36] W. Li, S. Guo, I.K. Giannopoulos, M. Lin, Y. Xiong, Y. Liu, Z. Shen, 3D-printed thermoplastic composite fasteners for single lap joint reinforcement, *Compos Struct* 282 (2022). <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2021.115085>.
- [37] I. Vasconcelos, M. Franco, M. Pereira, I. Duarte, A. Ginjeira, N. Alves, 3D-printed multisampling holder for microcomputed tomography applied to life and materials science research, *Micron* 150 (2021) 103142. <https://doi.org/10.1016/j.micron.2021.103142>.
- [38] P. Zhang, J. Liu, A.C. To, Role of anisotropic properties on topology optimization of additive manufactured load bearing structures, *Scr Mater* 135 (2017) 148–152. <https://doi.org/10.1016/J.SCRIPTAMAT.2016.10.021>.
- [39] T. Lindström, D. Ewest, K. Simonsson, R. Eriksson, J.E. Lundgren, D. Leidermark, Constitutive model of an additively manufactured ductile nickel-based superalloy undergoing cyclic plasticity, *Int J Plast* 132 (2020) 102752. <https://doi.org/10.1016/J.IJPLAS.2020.102752>.
- [40] C. Zhao, Z. Wang, D. Li, L. Kollo, Z. Luo, W. Zhang, K.G. Prashanth, Selective laser melting of Cu–Ni–Sn: A comprehensive study on the microstructure, mechanical properties, and deformation behavior, *Int J Plast* 138 (2021) 102926. <https://doi.org/10.1016/J.IJPLAS.2021.102926>.
- [41] X.X. Zhang, A. Lutz, H. Andrä, M. Lahres, D. Sittig, E. Maawad, W.M. Gan, D. Knoop, An additively manufactured and direct-aged AlSi3.5Mg2.5 alloy with superior strength and ductility: micromechanical mechanisms, *Int J Plast* 146 (2021) 103083. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2021.103083>.
- [42] A.S.J. Suiker, Mechanical performance of wall structures in 3D printing processes: Theory, design tools and experiments, *Int J Mech Sci* 137 (2018) 145–170. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2018.01.010>.
- [43] R. Gopi Mohan, K. Santhosh, R. V. Iyer, L.K. John, M. Ramu, Comparative analysis of mechanical properties of FDM printed parts based on raster angles, *Mater Today Proc* (2021). <https://doi.org/10.1016/J.MATPR.2021.05.649>.
- [44] S. Belhabib, S. Guessasma, Compression performance of hollow structures: From topology optimisation to design 3D printing, *Int J Mech Sci* 133 (2017) 728–739. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2017.09.033>.
- [45] L. Feroz Ali, R. Raghul, M. Yogesh Muthu Ram, V. Harshavardhan Reddy, N. Shakil Kanna, Evaluation of the polyamide’s mechanical properties for varying infill percentage in FDM process, *Mater Today Proc* 68 (2022) 2509–2514. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2022.09.227>.

- [46] J. Singh, K. Kumar Goyal, R. Kumar, Effect of filling percentage and raster style on tensile behavior of FDM produced PLA parts at different build orientation, *Mater Today Proc* 63 (2022) 433–439. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2022.03.444>.
- [47] L. Marşavina, C. Vălean, M. Mărghitaş, E. Linul, S.M.J. Razavi, F. Berto, R. Brighenti, Effect of the manufacturing parameters on the tensile and fracture properties of FDM 3D-printed PLA specimens, *Eng Fract Mech* 274 (2022) 108766. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2022.108766>.
- [48] S.L. Rodríguez-Reyna, C. Mata, J.H. Díaz-Aguilera, H.R. Acevedo-Parra, F. Tapia, Mechanical properties optimization for PLA, ABS and Nylon + CF manufactured by 3D FDM printing, *Mater Today Commun* 33 (2022) 104774. <https://doi.org/10.1016/j.mtcomm.2022.104774>.
- [49] N. Lokesh, B.A. Praveena, J. Sudheer Reddy, V.K. Vasu, S. Vijaykumar, Evaluation on effect of printing process parameter through Taguchi approach on mechanical properties of 3D printed PLA specimens using FDM at constant printing temperature, *Mater Today Proc* 52 (2022) 1288–1293. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2021.11.054>.
- [50] J. Singh, K. Kumar Goyal, R. Kumar, Effect of filling percentage and raster style on tensile behavior of FDM produced PLA parts at different build orientation, *Mater Today Proc* 63 (2022) 433–439. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2022.03.444>.
- [51] F. Chen, Q. Xu, F. Huang, Z. Xie, H. Fang, Effect of nozzle vibration at different frequencies on surface structures and tensile properties of PLA parts printed by FDM, *Mater Lett* 325 (2022) 132612. <https://doi.org/10.1016/j.matlet.2022.132612>.
- [52] R. Ramesh Kumar, D. Rajesh, S. Kumaran, S. Ranjieth, M.I. Ali, K. Karthik, Investigation on tensile characteristics of femur bone 3D model by using FDM, *Mater Today Proc* 52 (2022) 1504–1508. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2021.11.225>.
- [53] Q. Ji, J. Wei, J. Yi, L. Zhang, J. Ma, Z. Wang, Study on the static and dynamic mechanical properties and constitutive models of 3D printed PLA and PLA-Cu materials, n.d. <https://ssrn.com/abstract=4713636>.
- [54] Q. Ji, Z. Wang, J. Yi, X. Tang, Mechanical properties and a constitutive model of 3d-printed copper powder-filled pla material, *Polymers (Basel)* 13 (2021). <https://doi.org/10.3390/polym13203605>.
- [55] L. Cao, J. Xiao, J.K. Kim, X. Zhang, Effect of post-process treatments on mechanical properties and surface characteristics of 3D printed short glass fiber reinforced PLA/TPU using the FDM process, *CIRP J Manuf Sci Technol* 41 (2023) 135–143. <https://doi.org/10.1016/j.cirpj.2022.12.008>.
- [56] W. Guo, Y. Yang, C. Liu, W. Bu, F. Guo, J. Li, E. Wang, Z. Peng, H. Mai, H. You, Y. Long, 3D printed TPMS structural PLA/GO scaffold: Process parameter optimization, porous structure, mechanical and biological properties, *J Mech Behav Biomed Mater* 142 (2023). <https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2023.105848>.
- [57] M. Zeynivandnejad, M. Moradi, A. Sadeghi, Mechanical, physical, and degradation properties of 3D printed PLA + Mg composites, *J Manuf Process* 101 (2023) 234–244. <https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2023.05.099>.
- [58] M. Bragaglia, F. Cecchini, L. Paleari, M. Ferrara, M. Rinaldi, F. Nanni, Modeling the fracture behavior of 3D-printed PLA as a laminate composite: Influence of printing parameters on failure and mechanical properties, *Compos Struct* 322 (2023). <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2023.117379>.
- [59] Ł. Pejkowski, J. Seyda, K. Nowicki, D. Mrozik, Mechanical performance of non-reinforced, carbon fiber reinforced and glass bubbles reinforced 3D printed PA12 polyamide, *Polym Test* 118 (2023). <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2022.107891>.

- [60] N.G. Tanikella, B. Wittbrodt, J.M. Pearce, Tensile strength of commercial polymer materials for fused filament fabrication 3D printing, *Addit Manuf* 15 (2017) 40–47. <https://doi.org/10.1016/j.addma.2017.03.005>.
- [61] L. Fang, Y. Yan, O. Agarwal, J.E. Seppala, K.D. Migler, T.D. Nguyen, S.H. Kang, Estimations of the effective Young's modulus of specimens prepared by fused filament fabrication, *Addit Manuf* 42 (2021) 101983. <https://doi.org/10.1016/j.addma.2021.101983>.
- [62] B. Wittbrodt, J.M. Pearce, The effects of PLA color on material properties of 3-D printed components, *Addit Manuf* 8 (2015) 110–116. <https://doi.org/10.1016/j.addma.2015.09.006>.
- [63] a. D. Drozdov, *Viscoelastic structures: Mechanics of growth and aging*, 1998. <http://www.sciencedirect.com/science/book/9780122222801>.
- [64] A. Kelly, A.P. Stebner, K. Bhattacharya, A micromechanics-inspired constitutive model for shape-memory alloys that accounts for initiation and saturation of phase transformation, *J Mech Phys Solids* 97 (2016) 197–224. <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2016.02.007>.
- [65] E.M. Arruda, M.C. Boyce, A THREE-DIMENSIONAL CONSTITUTIVE MODEL FOR THE LARGE STRETCH BEHAVIOR OF RUBBER ELASTIC MATERIALS, *J. Mech. Phys. Solids* 41 (1993) 389–412.
- [66] J.S. Bergström, M.C. Boyce, CONSTITUTIVE MODELING OF THE LARGE STRAIN TIME-DEPENDENT BEHAVIOR OF ELASTOMERS, *J. Mech. Phys. Solids* 46 (1998) 931–954.
- [67] H.F. Brinson, L.C. Brinson, *Polymer engineering science and viscoelasticity: An introduction*, Second edition, 2015. <https://doi.org/10.1007/978-1-4899-7485-3>.
- [68] A. Launay, M.H. Maitournam, Y. Marco, I. Raoult, F. Szymtka, Cyclic behaviour of short glass fibre reinforced polyamide: Experimental study and constitutive equations, *Int J Plast* 27 (2011) 1267–1293. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2011.02.005>.
- [69] Bergström Jorgen S., <https://polymerfem.com/mcalibration/>, (2024).
- [70] Bergström Jorgen S., Boyce Marry C., Constitutive modeling of the time-dependent and cyclic loading of elastomers and application to soft biological tissues, (2001). [www.elsevier.com/locate/mechmat](http://www.elsevier.com/locate/mechmat).
- [71] Jorgen Bergstrom, *Large Strain Time-Dependent Behavior of Elastomeric Materials*, 1999.
- [72] J.S. Bergström, M.C. Boyce, Mechanical behavior of particle filled elastomers, *Rubber Chem. Technol.* (1999) 633–656.
- [73] A. Cohen, A Pad6 approximant to the inverse Langevin function, 1991.
- [74] J.S. Bergström, J.E. Bischoff, An Advanced Thermomechanical Constitutive Model for UHMWPE, *INTERNATIONAL JOURNAL OF STRUCTURAL CHANGES IN SOLIDS – Mechanics and Applications* 2 (2010) 31–39.
- [75] Pargulski Karol, Wpływ geometrii próbki wytwarzanej przyrostowo na wyniki próby monotonicznego rozciągania materiału PET-G, 2023.
- [76] E. Gkartzou, E.P. Koumoulos, C.A. Charitidis, Production and 3D printing processing of bio-based thermoplastic filament, *Manuf Rev (Les Ulis)* 4 (2017). <https://doi.org/10.1051/mfreview/2016020>.
- [77] A. Sola, W.J. Chong, D. Pejak Simunec, Y. Li, A. Trinchi, I. (Louis) Kyrtzis, C. Wen, Open challenges in tensile testing of additively manufactured polymers: A literature survey and a case study in fused filament fabrication, *Polym Test* 117 (2023) 107859. <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2022.107859>.
- [78] F. Ning, W. Cong, Y. Hu, H. Wang, Additive manufacturing of carbon fiber-reinforced plastic composites using fused deposition modeling: Effects of process parameters on

- tensile properties, *J Compos Mater* 51 (2017) 451–462. <https://doi.org/10.1177/0021998316646169>.
- [79] L. Auffray, P.A. Gouge, L. Hattali, Design of experiment analysis on tensile properties of PLA samples produced by fused filament fabrication, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 118 (2022) 4123–4137. <https://doi.org/10.1007/s00170-021-08216-7>.
- [80] G.D. Goh, Y.L. Yap, H.K.J. Tan, S.L. Sing, G.L. Goh, W.Y. Yeong, Process–Structure–Properties in Polymer Additive Manufacturing via Material Extrusion: A Review, *Critical Reviews in Solid State and Materials Sciences* 45 (2020) 113–133. <https://doi.org/10.1080/10408436.2018.1549977>.
- [81] A. El Magri, K. El Mabrouk, S. Vaudreuil, H. Chibane, M.E. Touhami, Optimization of printing parameters for improvement of mechanical and thermal performances of 3D printed poly(ether ether ketone) parts, *J Appl Polym Sci* 137 (2020) 1–14. <https://doi.org/10.1002/app.49087>.
- [82] Y. Xia, K. Xu, G. Zheng, R. Zou, B. Li, P. Hu, Investigation on the elasto-plastic constitutive equation of parts fabricated by fused deposition modeling, *Rapid Prototyp J* 25 (2019) 592–601. <https://doi.org/10.1108/RPJ-06-2018-0147>.
- [83] B.D. Lawrence, M.D. Coatney, F. Phillips, T.C. Henry, Y. Nikishkov, A. Makeev, Evaluation of the mechanical properties and performance cost of additively manufactured continuous glass and carbon fiber composites, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 120 (2022) 1135–1147. <https://doi.org/10.1007/s00170-022-08879-w>.
- [84] F. Ning, W. Cong, Z. Hu, K. Huang, Additive manufacturing of thermoplastic matrix composites using fused deposition modeling: A comparison of two reinforcements, *J Compos Mater* 51 (2017) 3733–3742. <https://doi.org/10.1177/0021998317692659>.
- [85] D. Crococo, M. De Agostinis, G. Olmi, Experimental characterization and analytical modelling of the mechanical behaviour of fused deposition processed parts made of ABS-M30, *Comput Mater Sci* 79 (2013) 506–518. <https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2013.06.041>.
- [86] B.E. Özen, A., Auhl, D., Völlmecke, C., Kiendl, J., & Abali, Optimization of Manufacturing Parameters and Tensile, *Materials* 14 (2021) 1–19.
- [87] M. Fernandez-Vicente, W. Calle, S. Ferrandiz, A. Conejero, Effect of Infill Parameters on Tensile Mechanical Behavior in Desktop 3D Printing, *3D Print Addit Manuf* 3 (2016) 183–192. <https://doi.org/10.1089/3dp.2015.0036>.
- [88] L. Pyl, K.A. Kalteremidou, D. Van Hemelrijck, Exploration of specimen geometry and tab configuration for tensile testing exploiting the potential of 3D printing freeform shape continuous carbon fibre-reinforced nylon matrix composites, *Polym Test* 71 (2018) 318–328. <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2018.09.022>.
- [89] F. Saenz, C. Otarola, K. Valladares, J. Rojas, Influence of 3D printing settings on mechanical properties of ABS at room temperature and 77 K, *Addit Manuf* 39 (2021) 101841. <https://doi.org/10.1016/j.addma.2021.101841>.
- [90] A. Mizera, M. Bednarik, M. Mizera, K. Tomanova, M. Mohorko, Tensile impact behaviour of 3D printed parts on FFF/FDM printer Zortrax M200, *MATEC Web of Conferences* 210 (2018) 04049. <https://doi.org/10.1051/mateconf/201821004049>.
- [91] T.G. Zieliński, K.C. Opiela, P. Pawłowski, N. Dauchez, T. Boutin, J. Kennedy, D. Trimble, H. Rice, B. Van Damme, G. Hannema, R. Wróbel, S. Kim, S. Ghaffari Mosanenzadeh, N.X. Fang, J. Yang, B. Briere de La Hossieraye, M.C.J. Hornikx, E. Salze, M.A. Galland, R. Boonen, A. Carvalho de Sousa, E. Deckers, M. Gaborit, J.P. Groby, Reproducibility of sound-absorbing periodic porous materials using additive

- manufacturing technologies: Round robin study, *Addit Manuf* 36 (2020) 101564. <https://doi.org/10.1016/j.addma.2020.101564>.
- [92] D.J. Braconnier, R.E. Jensen, A.M. Peterson, Processing parameter correlations in material extrusion additive manufacturing, *Addit Manuf* 31 (2020) 100924. <https://doi.org/10.1016/j.addma.2019.100924>.
- [93] G. Dong, Y. Tang, D. Li, Y.F. Zhao, Design and optimization of solid lattice hybrid structures fabricated by additive manufacturing, *Addit Manuf* 33 (2020) 101116. <https://doi.org/10.1016/j.addma.2020.101116>.
- [94] J. Bergstrom, <https://polymerfem.com/three-network-model/>, (2020).
- [95] A. Krairi, I. Doghri, A thermodynamically-based constitutive model for thermoplastic polymers coupling viscoelasticity, viscoplasticity and ductile damage, *Int J Plast* 60 (2014) 163–181. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2014.04.010>.
- [96] S.M. Mirkhalaf, F.M. Andrade Pires, R. Simoes, Modelling of the post yield response of amorphous polymers under different stress states, *Int J Plast* 88 (2017) 159–187. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2016.10.008>.
- [97] M.R. Gudimetla, I. Doghri, A finite strain thermodynamically-based constitutive framework coupling viscoelasticity and viscoplasticity with application to glassy polymers, *Int J Plast* 98 (2017) 197–216. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2017.08.001>.
- [98] A.S. Farrokh, B., Khan, A strain rate dependent yield criterion for isotropic polymers: Low to high rates of loading, *European Journal of Mechanics - A/Solids* 29(2) (2010) 274–282.
- [99] Miled, B., Doghri, I., Delannay, L., Coupled viscoelastic–viscoplastic modeling of homogeneous and isotropic polymers: numerical algorithm and analytical solutions., *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* (n.d.).
- [100] I. Chehab, A., Moore, A uniaxial linear viscoelastic–viscoplastic model for high density polyethylene., in: *Proceedings of the 57th Canadian Geotechnical Conference, 5th Joint CGS/IAH-CNC Conference, Quebec, October, Canadian Geotechnical Society, 2004*: pp. 6D1–6D6.
- [101] Zhang, C., Moore, I.D., Nonlinear mechanical response of high density polyethylene. Part I: Experimental investigation and model evaluation., *Polym. Eng. Sci.* 37 (1997) 404–413.
- [102] J. Bergstrom, <https://polymerfem.com/mcalibration/>, (2024).

## STRESZCZENIE

### BADANIA WŁAŚCIWOŚCI MECHANICZNYCH WYBRANYCH MATERIAŁÓW WYTWORZONYCH W TECHNOLOGII FDM ORAZ PRÓBY ICH MODELOWANIA Mgr inż. Dariusz Mrozik

**Słowa kluczowe: PLA, PA12, FDM, modelowanie konstytutywne**

Niniejsza praca koncentruje się na wyznaczeniu oraz modelowaniu właściwości mechanicznych materiałów wytwarzanych metodą druku 3D (FDM), ze szczególnym uwzględnieniem dwóch powszechnie stosowanych materiałów: Polilaktydu (PLA) i poliamidu 12 (PA12). Badania obejmowały przeprowadzenie testów rozciągania, prób cyklicznych oraz pełzania w celu zbadania zachowania tych materiałów pod wpływem różnych rodzajów obciążeń. Wyniki eksperymentalne posłużyły do weryfikacji trzech modeli konstytutywnych: modelu Launay i in., modelu Bergström-Boyce oraz modelu Three Network Model.

Przeprowadzone testy jednoosiowego rozciągania wykazały silną nieliniowość oraz zależność od prędkości odkształcenia, zwłaszcza dla materiału PLA. Zidentyfikowano charakterystyczne zachowanie nieliniowe w próbach cyklicznych, co stanowi istotny krok w kierunku niezawodnego projektowania mechanicznego komponentów drukowanych addytywnie. Modelowanie zachowania odkształceniowego za pomocą wybranych modeli konstytutywnych miało na celu przewidzenie odpowiedzi materiału na obciążenia. Parametry materiałowe dla modelu Launay i in. były wyznaczone w kilku krokach, a ich dokładność została zweryfikowana poprzez porównanie wyników modelowania z wynikami badań doświadczalnych.

Dla PLA i PA12 model Launay i in. został zastosowany do symulacji zachowania odkształceniowego, uwzględniając lepko-sprężysto-plastyczny charakter deformacji przy kontroli odkształcenia i naprężenie. Wyniki modelowania wykazały, że choć model ten z powodzeniem przewiduje zachowanie materiału w niektórych zakresach, jego precyzja zmniejsza się przy wyższych prędkościach odkształcenia. Dla obu materiałów zastosowano również modele Bergström-Boyce oraz Three Network Model w zakresie kontrolowania odkształcenia. Pozwoliło to na szczegółowe zbadanie wpływu różnych warunków obciążeniowych na odpowiedź materiału w zakresie różnych prędkości odkształcenia przy próbach monotonicznego rozciągania oraz przy modelowaniu prób cyklicznych.

Wyniki badań pokazały, że wszystkie trzy modele mają swoje ograniczenia w przewidywaniu zachowania mechanicznego materiałów drukowanych metodą FDM, jednakże każdy z nich dostarcza informacji na temat mechanizmów deformacji PLA i PA12. Analiza

błędów oraz nieściłości modelowania pozwoliła na identyfikację kluczowych obszarów wymagających dalszych badań i optymalizacji parametrów materiałowych.

## **ABSTRACT**

### **Research on Mechanical Properties of Selected Materials Manufactured via FDM Technology and Attempts at Their Modeling Dariusz Mrozik M.Sc., eng.**

**Key words: PLA, PA12, FDM, constitutive modeling**

This study focuses on the determination and modeling of the mechanical properties of materials produced by 3D printing (FDM), with particular emphasis on two commonly used materials: Polylactide (PLA) and Polyamide 12 (PA12). The research involved conducting tensile tests, cyclic tests, and creep tests to investigate the behavior of these materials under various loading conditions. The experimental results were used to validate three constitutive models: the Launay et al. model, the Bergström-Boyce model, and the Three Network Model.

The uniaxial tensile tests revealed strong nonlinearity and strain rate dependence, especially for PLA. A characteristic nonlinear behavior was identified in the cyclic tests, which is a critical step toward the reliable mechanical design of additively manufactured components. The modeling of deformation behavior using the selected constitutive models aimed to predict the material's response to loading. Material parameters for the Launay et al. model were determined in several steps, and their accuracy was verified by comparing the modeling results with experimental data.

For both PLA and PA12, the Launay et al. model was applied to simulate deformation behavior, considering the viscoelastic-plastic nature of the materials under strain-controlled and stress-controlled conditions. The modeling results showed that, while the model successfully predicts material behavior in some ranges, its accuracy diminishes at higher strain rates. Additionally, the Bergström-Boyce and Three Network Models were applied to both materials under strain-controlled conditions. This allowed for a detailed investigation of the impact of different loading conditions on material response across various strain rates during monotonic tensile tests and cyclic test modeling.

The study's findings indicate that all three models have limitations in predicting the mechanical behavior of materials printed using FDM. However, each model provides valuable insights into the deformation mechanisms of PLA and PA12. The analysis of modeling errors and discrepancies has enabled the identification of key areas that require further research and optimization of material parameters.